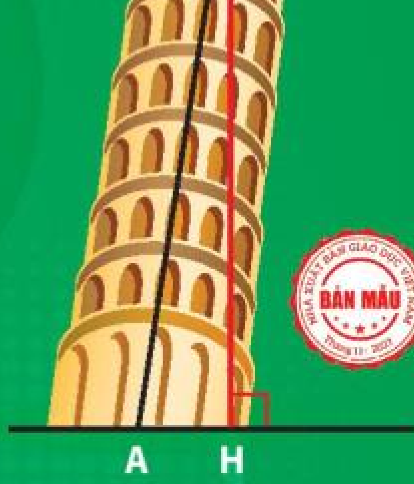
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

Chân trời sáng tạo

TOÁN

7

TẬP HAI



BẢN MẪU

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

TOÁN 7

TẬP HAI

Chân trời sáng tạo

Chủ biên

Trần Đức Huyên

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Mỗi bài học thường có các phần như sau:

Hoạt động khởi động	Gợi mở vấn đề, dẫn dắt học sinh vào bài học.
Hoạt động khám phá	Gợi ý một số vấn đề giúp học sinh tìm ra kiến thức mới.
	Kiến thức trọng tâm
Thực hành	Giúp học sinh làm những bài tập cơ bản áp dụng kiến thức vừa học.
Vận dụng	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống, điều kiện mới hoặc để giải quyết vấn đề.
	Các kiến thức, kĩ năng học sinh đạt được sau mỗi bài học.
Em có biết?	Giúp các em tìm hiểu những điều kì diệu của Toán học và các ứng dụng của Toán học vào thực tế cuộc sống.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách Toán 7 thuộc bộ sách giáo khoa **Chân trời sáng tạo** được biên soạn theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cấu trúc sách Toán 7 được chia thành hai tập.

Tập hai bao gồm 3 phần:

Số và Đại số gồm hai chương: *Các đại lượng tỉ lệ; Biểu thức đại số.*

Hình học và Đo lường gồm một chương: *Tam giác*.

Một số yếu tố Thống kê và Xác suất gồm một chương: *Một số yếu tố xác suất*.

Cấu trúc mỗi bài học thường được thống nhất theo các bước: khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng và cuối mỗi bài học có nội dung để học sinh tự đánh giá. Các bài học sẽ tạo nên môi trường học tập tương tác tích cực; đồng thời khai thác được các ứng dụng công nghệ thông tin vào học Toán.

Nội dung sách hướng đến mục đích đảm bảo dễ dạy, dễ học, gắn Toán học với thực tiễn. Các hoạt động học tập được chọn lọc phù hợp với lứa tuổi và khả năng nhận thức của học sinh, thể hiện tinh thần tích hợp, gắn bó môn Toán với các môn học khác, đáp ứng được nhu cầu của học sinh trên mọi miền đất nước.

Chúng tôi tin tưởng rằng với cách biên soạn này, sách giáo khoa Toán 7 sẽ hỗ trợ giáo viên hạn chế được những khó khăn trong quá trình dạy học, đồng thời giúp các em học sinh hứng thú hơn khi học tập.

Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy, cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Hướng dẫn sử dụng sách 2
Lời nói đầu 3

PHẦN SỐ VÀ ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 6 CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ 5

Bài 1. Tỉ lệ thức – Dãy tỉ số bằng nhau 6
Bài 2. Đại lượng tỉ lệ thuận 11
Bài 3. Đại lượng tỉ lệ nghịch 16
Bài 4. Hoạt động thực hành và trải nghiệm: Các đại lượng tỉ lệ trong thực tế 22
Bài tập cuối chương 6 23

CHƯƠNG 7 BIỂU THỨC ĐẠI SỐ 24

Bài 1. Biểu thức số, biểu thức đại số 25
Bài 2. Đa thức một biến 29
Bài 3. Phép cộng và phép trừ đa thức một biến 33
Bài 4. Phép nhân và phép chia đa thức một biến 37
Bài 5. Hoạt động thực hành và trải nghiệm: Cách tính điểm trung bình môn học kì 41
Bài tập cuối chương 7 42

PHẦN HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

HÌNH HỌC PHẲNG

CHƯƠNG 8 TAM GIÁC 43

Bài 1. Góc và cạnh của một tam giác 44
Bài 2. Tam giác bằng nhau 48
Bài 3. Tam giác cân 59
Bài 4. Đường vuông góc và đường xiên 64
Bài 5. Đường trung trực của một đoạn thẳng 67
Bài 6. Tính chất ba đường trung trực của tam giác 71
Bài 7. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác 73
Bài 8. Tính chất ba đường cao của tam giác 77
Bài 9. Tính chất ba đường phân giác của tam giác 79
Bài 10. Hoạt động thực hành và trải nghiệm: Làm giàn hoa tam giác để trang trí lớp học 83
Bài tập cuối chương 8 84

PHẦN MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

CHƯƠNG 9 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT 85

Bài 1. Làm quen với biến cố ngẫu nhiên 86
Bài 2. Làm quen với xác suất của biến cố ngẫu nhiên 90
Bài 3. Hoạt động thực hành và trải nghiệm: Nhảy theo xúc xắc 95
Bài tập cuối chương 9 96
Bảng giải thích thuật ngữ 97
Bảng tra cứu thuật ngữ 99

Phần SỐ và ĐẠI SỐ

Chương 6 CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

Trong chương 6 chúng ta sẽ sử dụng số thực để học về tỉ lệ thức và dãy các tỉ số bằng nhau. Chúng ta cũng tìm hiểu về tính chất của các đại lượng tỉ lệ thuận và các đại lượng tỉ lệ nghịch, đồng thời vận dụng kiến thức để giải quyết một số tình huống thực tế.

Khi số lượng máy trong xưởng dệt được tăng lên thì thời gian hoàn thành kế hoạch sản xuất của xưởng tăng hay giảm?

Bài 1

TỈ LỆ THỨC – DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Đầu năm, các bác Xuân, Yến, Dũng góp vốn làm ăn với số tiền lần lượt là 300 triệu đồng, 400 triệu đồng và 500 triệu đồng. Tiền lãi thu được sau một năm là 240 triệu. Hãy tìm số tiền lãi mỗi bác được chia, biết rằng tiền lãi được chia tỉ lệ với số vốn đã góp.

1. TỈ LỆ THỨC

1 Cho hai máy tính xách tay (laptop) có kích thước màn hình (tính theo đơn vị mm) lần lượt là $227,6 \times 324$ và $170,7 \times 243$. Tính tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của mỗi màn hình.

Ta gọi các đẳng thức có dạng $\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$; $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; ... là những tỉ lệ thức.

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết là a : b = c : d.

Ví dụ 1: $\frac{14}{8} = \frac{7}{4}$; $\frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$ là những tỉ lệ thức.

Thực hành 1:

a) Từ các tỉ số $\frac{6}{5} : 2$ và $\frac{12}{5} : 4$ có lập được một tỉ lệ thức hay không?

b) Hãy lập hai tỉ lệ thức từ bốn số 9; 2; 3; 6.

Vận dụng 1: Chứng minh các tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của màn hình hai loại máy tính đã nêu trong 1 sẽ tạo thành một tỉ lệ thức.

Tính chất của tỉ lệ thức

Tính chất 1

2 a) Từ tỉ lệ thức $\frac{48}{64} = \frac{9}{12}$, ta nhân cả hai vế với 64 . 12 thì có kết quả gì?

b) Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta nhân cả hai vế với bd thì có kết quả gì?

Ta có thể suy ra hai tích số bằng nhau từ một tỉ lệ thức.

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì ad = bc.

Tính chất 2

Từ đẳng thức 48 . 12 = 64 . 9, ta chia cả hai vế cho 64 . 12 thì có kết quả gì?

Từ đẳng thức ad = bc, ta chia cả hai vế cho bd thì có kết quả gì?

Ta có thể suy ra nhiều tỉ lệ thức từ đẳng thức có dạng ad = bc.

Nếu ad = bc và a, b, c, d ≠ 0 thì ta có các tỉ lệ thức:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

Thực hành 2: Tìm x trong tỉ lệ thức $\frac{5}{3} = \frac{x}{9}$.

Vận dụng 2: Hãy viết một tỉ lệ thức từ đẳng thức x = 2y.

2. DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Các bạn Bình, Mai và Lan cùng thi giải nhanh các bài toán trong sách Bài tập Toán 7. Trong một giờ, số bài làm được của mỗi bạn lần lượt là 4; 3; 5. Cô giáo thưởng cho mỗi bạn số hình dán lần lượt là 8; 6; 10. Hãy so sánh tỉ số giữa số hình dán được thưởng và số bài toán làm được của mỗi bạn.

– Ta gọi dãy các đẳng thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ là một dãy các tỉ số bằng nhau.

– Khi có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, ta nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f và có thể ghi là a : c : e = b : d : f.

Ví dụ 2: Nếu có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, ta nói các số x, y, z tỉ lệ với các số 4; 3; 5 và có thể ghi là x : y : z = 4 : 3 : 5.

Thực hành 3: Cho biết ba số a, b, c tỉ lệ với các số 2; 4; 6. Hãy ghi dãy tỉ số bằng nhau tương ứng.

Vận dụng 3: Gọi m, n, p, q là số quyển vở được chia của bốn bạn Mai, Ngọc, Phú, Quang. Cho biết số điểm 10 đạt được của bốn bạn lần lượt là 12; 13; 14; 15 và số quyển vở được chia tỉ lệ với số điểm 10. Hãy viết dãy tỉ số bằng nhau tương ứng.

Tính chất 1

Cho tỉ lệ thức $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$. Hãy tính các tỉ số $\frac{3+9}{7+21}$ và $\frac{3-9}{7-21}$ rồi so sánh chúng với các tỉ số trong tỉ lệ thức đã cho.

Xét tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ thì a = bk và c = dk.

Suy ra $\frac{a+c}{b+d} = \frac{bk+dk}{b+d} = \frac{k(b+d)}{b+d} = k$ (với $b + d \neq 0$)

$\frac{a-c}{b-d} = \frac{bk-dk}{b-d} = \frac{k(b-d)}{b-d} = k$ (với $b - d \neq 0$).

Ta có tính chất:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$ (các mẫu số phải khác 0).

Ví dụ 3:

Tìm hai số a, b biết rằng a + b = 14 và $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$.

Giải

Từ $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ suy ra $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.

Ta có $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{a+b}{3+4} = \frac{14}{7} = 2$. Vậy a = 3 . 2 = 6 và b = 4 . 2 = 8.

Ví dụ 4:

Tìm hai số x, y biết rằng x – y = 50 và $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.

Giải

Từ $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$.

Ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x-y}{2-3} = \frac{50}{-1} = -50$. Vậy x = 2 . (–50) = –100 và y = 3 . (–50) = –150.

Ví dụ 5: Tìm hai số x, y biết rằng 3x + 2y = 84 và 3x = 5y.

Giải

Từ 3x = 5y ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{3x}{15} = \frac{2y}{6} = \frac{3x+2y}{15+6} = \frac{84}{21} = 4$.

Suy ra x = 5 . 4 = 20 và y = 3 . 4 = 12.

Thực hành 4: Tìm hai số x, y biết rằng:

a) $x + y = 30$ và $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$;

b) $x - y = -21$ và $\frac{x}{5} = \frac{y}{-2}$.

Vận dụng 4:

a) Thành phần của mứt dừa sau khi hoàn thành chỉ gồm có dừa và đường theo tỉ lệ 2 : 1. Em hãy tính xem trong 6 kg mứt dừa có bao nhiêu kilôgam dừa và bao nhiêu kilôgam đường.

b) Dung và Thuỷ muốn làm mứt gừng theo công thức: Cứ 3 phần gừng thì cần 2 phần đường. Hai bạn đã mua 600 g gừng. Hỏi hai bạn cần mua bao nhiêu gam đường?

c) Chị Chi có 10 quyển vở, chị chia cho hai em là An và Bình. Hãy tính số quyển vở được chia của mỗi em, cho biết tuổi của An và Bình lần lượt là 8; 12 và số quyển vở được chia tỉ lệ với số tuổi.

Tính chất 2

Tương tự như với tỉ lệ thức, ta có tính chất sau của dãy tỉ số bằng nhau:

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ta viết được:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

(các mẫu số phải khác 0).

Ví dụ 6: Nếu có dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ thì ta cũng có:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{a-b+c}{3-4+5}.$$

Ví dụ 7:

Tìm ba số x, y, z, biết $x + y + z = 24$ và $x : y : z = 3 : 4 : 5$.

Giải

Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{24}{12} = 2$.

Vậy ta có: $x = 3 . 2 = 6$; $y = 4 . 2 = 8$; $z = 5 . 2 = 10$.

Thực hành 5: Tìm ba số x, y, z, biết $x + y + z = 100$ và $x : y : z = 2 : 3 : 5$.

Vận dụng 5: Hãy giải bài toán chia tiền lãi ở (trang 6).

BÀI TẬP

1. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau đây rồi lập các tỉ lệ thức.

$7 : 21$; $\quad \frac{1}{5} : \frac{1}{2}$; $\quad \frac{1}{4} : \frac{3}{4}$; $\quad 1{,}1 : 3{,}2$; $\quad 1 : 2{,}5$.

2. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau:

a) $3 . (-20) = (-4) . 15$; b) $0{,}8 . 8{,}4 = 1{,}4 . 4{,}8$.

3. Tìm hai số x, y biết rằng:

a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $x + y = 55$;

b) $\frac{x}{8} = \frac{y}{3}$ và $x - y = 35$.

4. a) Tìm hai số a, b biết rằng $2a = 5b$ và $3a + 4b = 46$.

b) Tìm ba số a, b, c biết rằng $a : b : c = 2 : 4 : 5$ và $a + b - c = 3$.

5. Tính diện tích của hình chữ nhật có chu vi là 28 cm và độ dài hai cạnh tỉ lệ với các số 3; 4.

6. Tại một xí nghiệp may, trong một giờ cả ba tổ A, B, C làm được tổng cộng 60 sản phẩm. Cho biết số sản phẩm làm được của ba tổ A, B, C tỉ lệ với các số 3; 4; 5. Hỏi mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm trong một giờ?

7. Một công ty có ba chi nhánh là A, B, C. Kết quả kinh doanh trong tháng vừa qua ở các chi nhánh A và B có lãi còn chi nhánh C lỗ. Cho biết số tiền lãi, lỗ của ba chi nhánh A, B, C tỉ lệ với các số 3; 4; 2. Tìm số tiền lãi, lỗ của mỗi chi nhánh trong tháng vừa qua, biết rằng trong tháng đó công ty lãi được 500 triệu đồng.

8. Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta suy ra được các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;

b) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;

c) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ (các mẫu số phải khác 0).

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được tỉ lệ thức và các tính chất của tỉ lệ thức.

– Nhận biết được dãy tỉ số bằng nhau.

– Vận dụng được tính chất của tỉ lệ thức và dãy tỉ số bằng nhau trong giải toán.

Bài 2

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Cho biết dây điện có giá 10 nghìn đồng một mét. Gọi y (nghìn đồng) là giá tiền của x (mét) dây điện. Hãy tính y theo x.

1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

1 a) Học sinh trường Nguyễn Huệ tham gia phong trào "Trồng cây xanh bảo vệ môi trường", mỗi em đều trồng được 4 cây. Gọi c là số cây trồng được, h là số học sinh đã tham gia. Em hãy viết công thức tính c theo h.

b) Tìm điểm giống nhau giữa hai công thức $y = 10x$ và $c = 4h$.

Cho k là hằng số khác 0, ta nói đại lượng y *tỉ lệ thuận* với đại lượng x theo *hệ số tỉ lệ* k nếu y liên hệ với x theo công thức: $y = kx$.

Từ $y = kx$ $(k \neq 0)$ ta suy ra $x = \frac{1}{k}y$. Vậy nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì x cũng tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$ và ta nói hai đại lượng x, y tỉ lệ thuận với nhau.

Ví dụ 1:

a) Nếu $y = 10x$ thì ta nói đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ 10.

b) Nếu $c = 4h$ thì ta nói đại lượng c tỉ lệ thuận với đại lượng h theo hệ số tỉ lệ 4.

c) Nếu $s = 80t$ thì ta nói đại lượng s tỉ lệ thuận với đại lượng t theo hệ số tỉ lệ 80.

Thực hành 1:

a) Cho hai đại lượng f và x liên hệ với nhau theo công thức $f = 5x$. Hãy cho biết đại lượng x có tỉ lệ thuận với đại lượng f hay không. Hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

b) Cho đại lượng P tỉ lệ thuận với đại lượng m theo hệ số tỉ lệ $g = 9,8$. Hãy viết công thức tính P theo m.

Vận dụng 1: Cho biết khối lượng mỗi mét khối của một số kim loại như sau:

đồng: 8 900 kg; vàng: 19 300 kg; bạc: 10 500 kg.

Hãy viết công thức tính khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3) của mỗi kim loại và cho biết m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ là bao nhiêu.

2. TÍNH CHẤT CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Cho biết giá trị tương ứng của hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau trong bảng sau:

x	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 6$	$x_4 = 100$
y	$y_1 = 5$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x.

b) Tính các giá trị tương ứng chưa biết của y.

c) So sánh các tỉ số giữa hai giá trị tương ứng của y và x:

$$\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_2}{x_2}, \frac{y_3}{x_3}, \frac{y_4}{x_4}.$$

Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì ta có y = kx. Khi đó, với mỗi giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots$ khác 0 của x, ta có một giá trị tương ứng $y_1 = kx_1, y_2 = kx_2, y_3 = kx_3, \dots$ của y.

Ta suy ra:
- $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k$
- $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots$

Như vậy:

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau thì:

– Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots$$

– Tỉ số hai giá trị tuỳ ý của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}, \dots$$

Thực hành 2: Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem hai đại lượng m và n có tỉ lệ thuận với nhau hay không.

a)

m	2	4	6	8	10
n	4	16	36	64	100

b)

m	1	2	3	4	5
n	–5	–10	–15	–20	–25

3. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Ví dụ 2: Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem đại lượng x có tỉ lệ thuận với đại lượng y hay không.

a)

x	−4	−3	−2	1	2
y	8	6	4	−2	−4

b)

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	15

Giải

a) Ta thấy: $\frac{-4}{8}=\frac{-3}{6}=\frac{-2}{4}=\frac{1}{-2}=\frac{2}{-4}=\frac{-1}{2}$. Vậy đại lượng x tỉ lệ thuận với đại lượng y theo hệ số tỉ lệ $\frac{-1}{2}$.

b) Ta thấy: $\frac{4}{8}\neq\frac{5}{15}$. Vậy đại lượng x không tỉ lệ thuận với đại lượng y.

Vận dụng 2: Cho biết hai đại lượng m và n tỉ lệ thuận với nhau. Hãy tìm giá trị của a và b.

m	2	3	4	b
n	−6	−9	a	−18

Ví dụ 3: An và Bình cùng nhau nuôi gà, An nuôi 10 con, Bình nuôi 8 con. Sau khi bán hết số gà thu được tổng cộng 3,6 triệu đồng, hai bạn quyết định chia số tiền tỉ lệ với số con gà mỗi bạn đã nuôi. Tính số tiền mỗi bạn nhận được.

Giải

Gọi số tiền (triệu đồng) được chia của An và Bình lần lượt là a và b (a > 0, b > 0).

Do số tiền và số gà nuôi của hai bạn là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau, nên ta có:

$$\frac{a}{10}=\frac{b}{8}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a}{10}=\frac{b}{8}=\frac{a+b}{10+8}=\frac{3,6}{18}=0,2.$$

Ta suy ra: a = 10 . 0,2 = 2 và b = 8 . 0,2 = 1,6.

Vậy An được nhận 2 triệu đồng và Bình được nhận 1,6 triệu đồng.

Ví dụ 4: Ba bác công nhân Mai, Nga, Phương cùng may áo gió xuất khẩu. Năng suất may áo của mỗi bác theo thứ tự lần lượt là 3 áo/giờ; 4 áo/giờ; 5 áo/giờ. Tổng số áo cả ba bác may được là 96 cái trong một ngày. Tính số áo may được của mỗi bác.

Giải

Gọi số áo may được trong một ngày của các bác Mai, Nga, Phương lần lượt là m, n, p ($m, n, p \in \mathbb{N}^*$).

Do số áo may được tỉ lệ thuận với năng suất nên ta có:

$$\frac{m}{3} = \frac{n}{4} = \frac{p}{5}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{m}{3} = \frac{n}{4} = \frac{p}{5} = \frac{m+n+p}{3+4+5} = \frac{96}{12} = 8.$$

Ta suy ra: $m = 3 . 8 = 24$, $n = 4 . 8 = 32$, $p = 5 . 8 = 40$.

Vậy trong một ngày số áo may được của các bác Mai, Nga, Phương lần lượt là: 24; 32; 40 (áo).

Vận dụng 3: Hai lớp 7A và 7B quyên góp được một số sách tỉ lệ thuận với số học sinh của lớp, biết số học sinh của hai lớp lần lượt là 32 và 36. Lớp 7A quyên góp được ít hơn lớp 7B 8 quyển sách. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách?

BÀI TẬP

1. Cho hai đại lượng a và b tỉ lệ thuận với nhau. Biết rằng khi $a = 2$ thì $b = 18$.
   a) Tìm hệ số tỉ lệ k của a đối với b.
   b) Tính giá trị của b khi $a = 5$.

2. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau. Biết rằng khi $x = 7$ thì $y = 21$.
   a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x và biểu diễn y theo x.
   b) Tìm hệ số tỉ lệ của x đối với y và biểu diễn x theo y.

3. Cho m và n là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Hãy viết công thức tính m theo n và tính các giá trị chưa biết trong bảng sau:

n	−2	−1	0	1	2
m	?	?	?	−5	?

4. Cho biết hai đại lượng S và t tỉ lệ thuận với nhau:

S	1	2	3	4	5
t	−3	?	?	?	?

   a) Tính các giá trị chưa biết trong bảng trên.
   b) Viết công thức tính t theo S.

5. Trong các trường hợp sau, hãy kiểm tra xem đại lượng x có tỉ lệ thuận với đại lượng y hay không.

a)

x	2	4	6	−8
y	1,2	2,4	3,6	−4,8

b)

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	25

6. Hai chiếc nhẫn bằng kim loại đồng chất có thể tích là 3 cm^3 và 2 cm^3. Hỏi mỗi chiếc nặng bao nhiêu gam, biết rằng hai chiếc nhẫn nặng 96,5 g? (Cho biết khối lượng và thể tích là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.)

7. Bốn cuộn dây điện cùng loại có tổng khối lượng là 26 kg.

a) Tính khối lượng từng cuộn, biết cuộn thứ nhất nặng bằng $\frac{1}{2}$ cuộn thứ hai, bằng $\frac{1}{4}$ cuộn thứ ba và bằng $\frac{1}{6}$ cuộn thứ tư.

b) Biết cuộn thứ nhất dài 100 m, hãy tính xem một mét dây điện nặng bao nhiêu gam.

8. Một tam giác có độ dài ba cạnh tỉ lệ với 3; 4; 5 và có chu vi là 60 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác đó.

9. Tiến, Hùng và Mạnh cùng đi câu cá trong dịp hè. Tiến câu được 12 con, Hùng câu được 8 con và Mạnh câu được 10 con. Số tiền bán cá thu được tổng cộng là 180 nghìn đồng. Hỏi nếu đem số tiền trên chia cho các bạn theo tỉ lệ với số con cá từng người câu được thì mỗi bạn nhận được bao nhiêu tiền?

Em có biết?

LỰC NÂNG MÁY BAY TỈ LỆ THUẬN VỚI DIỆN TÍCH CÁNH

Lực nâng làm cho máy bay cất cánh tỉ lệ thuận với diện tích của cánh máy bay và bình phương vận tốc. Vì vậy muốn tăng lực nâng người ta phải tăng diện tích cánh hoặc tăng vận tốc (nguồn: *https://vi.wikipedia.org*).

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được các đại lượng tỉ lệ thuận.

– Nhận biết được các tính chất cơ bản của các đại lượng tỉ lệ thuận.

– Giải được một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận.

Bài 3

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc không đổi là 20 km/h mất 6 giờ. Hỏi nếu người đó đi bằng xe gắn máy với vận tốc không đổi là 40 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

a) Mẹ của Mai nhập về 20 kg đậu xanh để bán. Mai giúp mẹ chia đậu thành các gói nhỏ bằng nhau để dễ bán. Gọi s là số gói, m (kg) là khối lượng mỗi gói.

Em hãy tính tích s . m và tìm s khi:

- m = 0,5;
- m = 1;
- m = 2.

b) Một vòi nước chảy vào bể cạn có dung tích 100 *l*. Gọi V là số lít nước chảy được từ vòi vào bể trong một giờ và gọi t là thời gian để vòi chảy đầy bể.

Em hãy lập công thức tính t theo V và tìm t khi:

- V = 50;
- V = 100;
- V = 200.

Cho a là một hằng số khác 0. Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức

$y = \frac{a}{x}$ hay xy = a thì ta nói y *tỉ lệ nghịch* với x theo *hệ số tỉ lệ* a.

Chú ý: Khi y tỉ lệ nghịch với x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 1:

a) Trong 1 ta có:

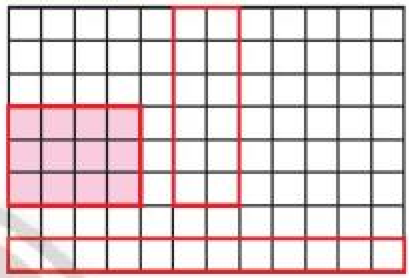
- s . m = 20 nên ta nói s tỉ lệ nghịch với m theo hệ số tỉ lệ 20.
- $t = \frac{100}{V}$ nên ta nói t tỉ lệ nghịch với V theo hệ số tỉ lệ 100.

b) Trong công thức xy = – 2, ta nói hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ –2.

Thực hành: Tìm các đại lượng tỉ lệ nghịch trong mỗi công thức sau:

STT	Công thức
1	$s = \frac{50}{m}$
2	$x = 7y$
3	$t = \frac{12}{v}$
4	$a = \frac{-5}{b}$

Vận dụng 1: Lan muốn cắt một hình chữ nhật có diện tích 12 cm². Gọi a (cm) và b (cm) là hai kích thước của hình chữ nhật đó. Em hãy viết công thức thể hiện mối quan hệ giữa hai đại lượng a và b.



2. TÍNH CHẤT CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Cho biết hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau:

x	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 3$	$x_4 = 4$	$x_5 = 5$
y	$y_1 = 10$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$	$y_5 = ?$

a) Tìm hệ số tỉ lệ.

b) Tìm giá trị thích hợp cho mỗi dấu ? trong bảng trên.

c) Em có nhận xét gì về tích hai giá trị tương ứng x_1y_1; x_2y_2; x_3y_3; x_4y_4; x_5y_5 của x và y.

Giả sử y và x tỉ lệ nghịch với nhau: $y = \frac{a}{x}$. Ta thấy với mỗi giá trị $x_1, x_2, x_3, \ldots$ khác 0 của x ta có một giá trị tương ứng $y_1 = \frac{a}{x_1}$, $y_2 = \frac{a}{x_2}$, $y_3 = \frac{a}{x_3}$, ... của y. Ta suy ra:

- $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \ldots = a$;
- $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \ldots$

Như vậy:

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

• Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \dots \text{ hay } \frac{x_1}{\frac{1}{y_1}} = \frac{x_2}{\frac{1}{y_2}} = \frac{x_3}{\frac{1}{y_3}} = \dots$$

• Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$

Vận dụng 2: Bạn Quỳnh vừa học được phương pháp đọc sách mới, làm tăng gấp đôi số từ đọc được trong một phút. Hãy cho biết tỉ số giữa thời gian đọc xong cùng một quyển sách theo phương pháp mới và cũ của bạn Quỳnh.

3. CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Ví dụ 2: Trong mỗi trường hợp sau, hãy cho biết hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không.

a)

x	–1	1	2	3	4
y	–12	12	6	4	3

b)

x	1	2	3	4	5
y	24	12	8	6	20

Giải

a) Ta có: $(-1) \,.\, (-12) = 1 \,.\, 12 = 2 \,.\, 6 = 3 \,.\, 4 = 4 \,.\, 3$. Vậy x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Ta có: $4 \,.\, 6 \neq 5 \,.\, 20$. Vậy x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 3: Trong một động cơ có ba bánh răng X, Y, Z ăn khớp nhau với số răng của mỗi bánh răng theo thứ tự là: 12; 24; 18. Cho biết mỗi phút bánh răng X quay được 6 vòng, em hãy tính số vòng quay trong một phút của các bánh răng Y và Z.

Giải

Gọi x, y, z lần lượt là số vòng quay của các bánh răng X, Y, Z trong một phút ($x > 0$, $y > 0$, $z > 0$). Do các bánh răng ăn khớp với nhau nên số răng quay trong một phút của ba bánh răng bằng nhau. Như vậy số vòng quay trong một phút của mỗi bánh răng tỉ lệ nghịch với số răng của nó. Ta có: $12x = 24y = 18z = 12 \,.\, 6 = 72$.

Suy ra $y = \frac{72}{24} = 3$ và $z = \frac{72}{18} = 4$.

Vậy trong một phút bánh răng Y quay được 3 vòng và bánh răng Z quay được 4 vòng.

Ví dụ 4: Cho biết một đội công nhân (năng suất làm việc như nhau) dự kiến xây một ngôi nhà trong 168 ngày. Hỏi nếu điều chuyển $\frac{1}{3}$ số công nhân sang công trình khác thì số công nhân còn lại sẽ xây ngôi nhà đó trong bao nhiêu ngày?

Giải

Nếu điều $\frac{1}{3}$ số công nhân sang công trình khác thì số công nhân còn lại chỉ bằng $\frac{2}{3}$ lúc đầu.

Gọi x_1, x_2 là số lượng công nhân có trong đội trước và sau khi điều chuyển, gọi y_1 và y_2 là số ngày để công nhân hoàn thành ngôi nhà tương ứng trong hai trường hợp ($x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{N}^*$). Do số công nhân và số ngày hoàn thành công việc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$.

Do $\frac{x_2}{x_1} = \frac{2}{3}$ và $y_1 = 168$ nên $\frac{2}{3} = \frac{168}{y_2}$. Suy ra: $y_2 = \frac{168}{\frac{2}{3}} = 168.\frac{3}{2} = 252$.

Vậy số công nhân còn lại sẽ xây xong ngôi nhà trong 252 ngày.

Ví dụ 5: Ba phân xưởng dệt có tổng cộng 62 máy dệt (có cùng năng suất) và mỗi phân xưởng được giao dệt một số mét vải bằng nhau. Phân xưởng thứ nhất hoàn thành công việc trong 2 ngày, phân xưởng thứ hai trong 3 ngày và phân xưởng thứ ba trong 5 ngày Hỏi mỗi phân xưởng có bao nhiêu máy dệt?

Giải

Ta gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số máy dệt của các phân xưởng thứ nhất, thứ hai, thứ ba ($x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N}^*$).

Tổng số máy của ba phân xưởng là: $x_1 + x_2 + x_3 = 62$.

Vì số ngày hoàn thành công việc tỉ lệ nghịch với số máy nên ta có:

$$2x_1 = 3x_2 = 5x_3 \text{ hay } \frac{x_1}{\frac{1}{2}} = \frac{x_2}{\frac{1}{3}} = \frac{x_3}{\frac{1}{5}}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x_1}{\frac{1}{2}} = \frac{x_2}{\frac{1}{3}} = \frac{x_3}{\frac{1}{5}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{62}{\frac{31}{30}} = 60.$$

Suy ra: $x_1 = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30$; $x_2 = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20$; $x_3 = \frac{1}{5} \cdot 60 = 12$.

Vậy, số máy dệt của ba phân xưởng lần lượt là: 30, 20, 12 (máy).

Vận dụng 3: Hãy giải bài toán ở (trang 16).

BÀI TẬP

1. Cho biết hai đại lượng a và b tỉ lệ nghịch với nhau và khi $a = 3$ thì $b = -10$.
   a) Tìm hệ số tỉ lệ.
   b) Hãy biểu diễn a theo b.
   c) Tính giá trị của a khi $b = 2$, $b = 14$.

2. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau:

x	5	4	-8	?	6	12
y	?	?	-5	9	?	?

   a) Tìm hệ số tỉ lệ.
   b) Tìm các giá trị chưa biết trong bảng trên.

3. Có 20 công nhân với năng suất làm việc như nhau đóng xong một chiếc tàu trong 60 ngày. Hỏi nếu chỉ còn 12 công nhân thì họ đóng xong chiếc tàu đó trong bao nhiêu ngày?

4. Đội sản xuất Quyết Tiến dùng x máy gặt (có cùng năng suất) để gặt xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau không?

5. Cho biết a (m) là chu vi của bánh xe, b là số vòng quay được của bánh xe trên đoạn đường xe đi từ A đến B. Hỏi a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

6. Dựa theo bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng trong mỗi trường hợp sau, hãy cho biết hai đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau hay không.

a)

a	1	2	3	4	5
b	60	30	20	15	12

b)

m	-2	-1	1	2	3
n	-12	-24	24	12	9

7. Một nông trường có 2 máy gặt (có cùng năng suất) đã gặt xong một cánh đồng hết 4 giờ. Hỏi nếu có 4 máy gặt như thế sẽ gặt xong cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian?

8. Lan muốn cắt một hình chữ nhật có diện tích bằng 24 cm^2. Gọi n (cm) và d (cm) là độ dài hai cạnh của hình chữ nhật. Hãy chứng tỏ n và d tỉ lệ nghịch với nhau và tính n theo d.

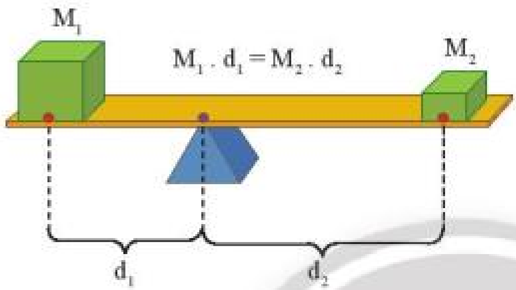
9. Một đoàn tàu lửa chuyển động đều trên quãng đường 200 km với vận tốc v (km/h) trong thời gian t (h). Hãy chứng tỏ v, t tỉ lệ nghịch với nhau và tính t theo v.

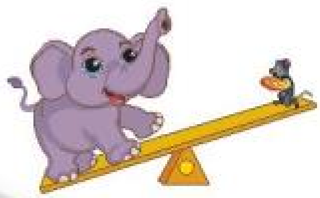
Em có biết?

NGUYÊN LÍ ĐÒN BẨY CỦA ARCHIMEDES

Archimedes là một trong những người đầu tiên nghiên cứu về đòn bẩy.

Gọi d_1, d_2 là chiều dài của hai cánh tay đòn; gọi M_1, M_2 là khối lượng hai vật đặt tại hai đầu để làm cho đòn bẩy cân bằng. Ta luôn có: $M_1 \cdot d_1 = M_2 \cdot d_2$.





Vậy hai đại lượng M và d tỉ lệ nghịch với nhau. Nếu bố trí điểm tựa hợp lí và chọn bên có cánh tay đòn thật dài thì chỉ với một lực nhỏ, ta có thể nâng một vật rất nặng.

Nguyên lí tỉ lệ nghịch giữa chiều dài cánh tay đòn và lực được áp dụng trong rất nhiều vật dụng như: xe cút kít, tay nắm cửa, dụng cụ nhổ đinh, kìm cắt, ...




Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Nhận biết được các đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Nhận biết được các tính chất cơ bản của đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Giải được một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ nghịch (ví dụ: bài toán về thời gian hoàn thành kế hoạch và năng suất lao động, ...).

Bài 4

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ TRONG THỰC TẾ

MỤC TIÊU

Vận dụng kiến thức về đại lượng tỉ lệ để nhận biết các đại lượng tỉ lệ thuận và tỉ lệ nghịch trong thực tế. Qua đó ôn tập và củng cố các tính chất cơ bản của các đại lượng tỉ lệ.

CHUẨN BỊ

– Chia lớp theo nhóm học tập từ 8 đến 10 học sinh.

– Mỗi nhóm chuẩn bị một tờ bìa có ghi hai bảng thống kê theo mẫu.

Bảng 1

Đại lượng tỉ lệ thuận			
STT	Cặp đại lượng	Hằng số	Công thức
1	Số tiền t phải trả và số x quyển vở mua được	Giá tiền a một quyển vở	$t = ax$
2			
3			

Bảng 2

Đại lượng tỉ lệ nghịch			
STT	Cặp đại lượng	Hằng số	Công thức
1	Vận tốc v và thời gian t để đi hết một quãng đường trong chuyển động đều	Độ dài d của quãng đường	$t = \frac{d}{v}$
2			
3			

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

– Nhóm trưởng phân công một số bạn trong nhóm tìm các đại lượng tỉ lệ thuận và tỉ lệ nghịch trong thực tế để ghi vào hai bảng.

– Nhóm trưởng cùng các bạn còn lại kiểm tra và ghi thông tin vào các cột theo yêu cầu trong bảng.

– Các nhóm báo cáo trước lớp.

– Giáo viên cho nhận xét và đánh giá theo ba tiêu chí: đúng, đầy đủ và phong phú.

Chú ý:

– Có thể cho các nhóm bốc thăm để mỗi nhóm chỉ cần tìm một loại đại lượng tỉ lệ thuận hoặc tỉ lệ nghịch.

– Học sinh có thể truy cập vào internet để tìm kiếm các đại lượng tỉ lệ và làm trang trình chiếu minh hoạ.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

1. Tìm x, y, z, biết:

a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5}$ và $x + y - z = 30$;

b) $\frac{x}{10} = \frac{y}{5}$; $\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ và $x + 4z = 320$.

2. Hai bạn Mai và Hoa đi xe đạp từ trường đến nhà thi đấu để học bơi. Vận tốc của Mai kém vận tốc của Hoa là 3 km/h. Thời gian Mai và Hoa đi từ trường đến nhà thi đấu lần lượt là 30 phút, $\frac{2}{5}$ giờ. Hỏi quãng đường từ trường đến nhà thi đấu dài bao nhiêu kilômét?

3. Số quyển sách của ba bạn An, Bình và Cam tỉ lệ với các số 3; 4; 5. Hỏi mỗi bạn có bao nhiêu quyển sách? Biết rằng số quyển sách của Bình ít hơn tổng số quyển sách của An và Cam là 8 quyển sách.

4. a) Tìm ba số x, y, z thoả mãn

$x : y : z = 2 : 3 : 5$ và $x + y + z = 30$.

b) Tìm ba số a, b, c thoả mãn

$a : b : c = 6 : 8 : 10$ và $a - b + c = 16$.

5. Tổng số học sinh của hai lớp 7A và 7B là 55. Tìm số học sinh của mỗi lớp biết rằng số học sinh lớp 7A bằng $\frac{5}{6}$ số học sinh lớp 7B.

6. Linh và Nam thi nhau giải toán ôn tập cuối học kì. Kết quả là Linh làm được nhiều hơn Nam 3 bài và số bài Nam làm được chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số bài Linh làm được. Hãy tìm số bài mỗi bạn làm được.

7. Lớp 7A có 4 bạn làm vệ sinh xong lớp học hết 2 giờ. Hỏi nếu có 16 bạn sẽ làm vệ sinh xong lớp học trong bao lâu? (Biết rằng các bạn có năng suất làm việc như nhau.)

8. Bạn Hà muốn chia đều 1 kg đường vào n túi. Gọi p (g) là lượng đường trong mỗi túi. Hãy chứng tỏ n, p là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và tính p theo n.

9. Cho biết mỗi lít dầu ăn có khối lượng 0,8 kg.

a) Giả sử x lít dầu ăn có khối lượng y kg. Hãy viết công thức tính y theo x.

b) Tính thể tích của 240 g dầu ăn.

Chương
7

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu về biểu thức đại số và đa thức một biến. Các em cũng sẽ học cách biểu diễn, xác định bậc, nhận biết nghiệm và thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân, chia trong tập hợp các đa thức một biến.

Gói quà hình hộp chữ nhật với độ dài ba cạnh là a, b, c có diện tích toàn phần S = 2ab + 2bc + 2ac và thể tích V = abc.

Bài 1

BIỂU THỨC SỐ, BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Hai biểu thức $3 \,.\, 5^2 + 6 : 2$ và $2 \,.\, x + 3 \,.\, x^2 \,.\, y$ có gì khác nhau?

1. BIỂU THỨC SỐ

1 Hãy viết các biểu thức biểu thị chu vi và diện tích của một hình vuông có cạnh bằng 3 cm.

Ta đã biết: Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên luỹ thừa tạo thành một *biểu thức*.

Chẳng hạn: $3 + 7 - 2$; $4 \,.\, 5 : 2$; $2(5 + 8)$; $2 \,.\, 3^4 + 9$; $5 \,.\, 2^3 - 4 \,.\, 3^2$ là những biểu thức.

Những biểu thức như trên còn được gọi là *biểu thức số*.

Ví dụ 1: Viết biểu thức số biểu thị:

a) Chu vi của hình chữ nhật có chiều dài bằng 6 cm và chiều rộng bằng 4 cm.

b) Diện tích của hình tròn có bán kính bằng 5 cm.

Giải

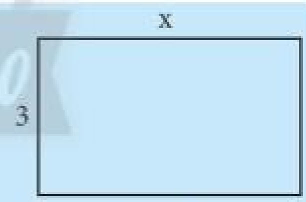
a) Biểu thức số biểu thị chu vi hình chữ nhật: $2(6 + 4)$.

b) Biểu thức số biểu thị diện tích hình tròn: $\pi \,.\, 5^2$.

Thực hành 1: Hãy viết biểu thức số biểu thị diện tích của một hình thoi có các đường chéo bằng 6 cm và 8 cm.

2. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

2 Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích của một hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp bằng 3 cm và x cm (Hình 1).



Hình 1

Diện tích của hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp là 4 cm và y cm được biểu thị bởi biểu thức $4 \,.\, y$.

Trong biểu thức này, chữ y đại diện cho một số tuỳ ý nào đó. Chẳng hạn như:

– Khi $y = 5$ thì biểu thức trên biểu thị diện tích của hình chữ nhật có hai cạnh bằng 4 cm và 5 cm.

– Khi $y = 3$ thì biểu thức trên biểu thị diện tích của hình chữ nhật có hai cạnh bằng 4 cm và 3 cm.

Biểu thức gồm các số và các chữ (đại diện cho số) được nối với nhau bởi các kí hiệu phép toán cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên luỹ thừa được gọi là *biểu thức đại số*.

Các chữ trong biểu thức đại số được gọi là *biến số* (hay gọi tắt là *biến*).

Ví dụ 2: $6 \,.\, x \,.\, y - 2 \,.\, x^2 \,.\, y$ và $\frac{1}{x} - 2y$ là hai biểu thức đại số với hai biến là x và y.

$a \,.\, b + \frac{b^3}{6} + c$ là biểu thức đại số với ba biến là a, b và c.

Khi viết các biểu thức đại số, người ta thường không viết dấu nhân giữa các chữ, cũng như giữa số và chữ. Chẳng hạn, ta viết ab thay cho a . b, viết 6x thay cho 6 . x. Trong một tích, người ta thường không viết thừa số 1, còn thừa số (–1) được thay bằng dấu "–"; chẳng hạn, ta viết xy thay cho 1 . xy và viết –x thay cho (–1) . x. Với tích của một số với chữ thì ta viết số đứng trước, chẳng hạn, ta viết 4xy thay cho xy . 4.

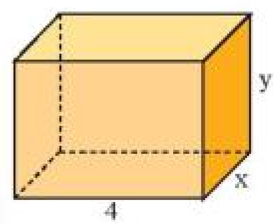
Lưu ý: Trong biểu thức đại số:

– Người ta cũng dùng các dấu ngoặc để chỉ thứ tự thực hiện các phép tính.

– Vì biến đại diện cho số nên khi thực hiện các phép tính trên các biến, ta có thể áp dụng những tính chất, quy tắc phép tính như trên các số. Chẳng hạn:

$x + y = y + x;$	$x + (y + z) = (x + y) + z;$	$x(y + z) = xy + xz;$
$xy = yx;$	$x(yz) = (xy)z;$	$-x(y - z) = -xy + xz; \ldots$

Ví dụ 3: Viết biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật có ba cạnh là 4 cm, x cm và y cm (Hình 2).



Hình 2

Giải

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật nói trên là:

$2 \,.\, (4 + x) \,.\, y + 2 \,.\, (4 \,.\, x) = 8y + 2xy + 8x = 8x + 8y + 2xy$ (cm^2).

Vậy biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hình hộp trên là $8x + 8y + 2xy$ (cm^2).

Ví dụ 4: Viết biểu thức biểu thị diện tích của hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 3 cm.

Giải

Gọi a cm là chiều rộng của hình chữ nhật thì chiều dài của hình chữ nhật bằng (a + 3) cm.

Diện tích hình chữ nhật nói trên là: $a \,.\, (a + 3) = a^2 + 3a$ (cm^2).

Vậy biểu thức biểu thị diện tích của hình chữ nhật trên là $a^2 + 3a$ (cm^2).

Ví dụ 5: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $6x + 4x$;

b) $4(x + 2x) - (x^2 - 2x)$.

Giải

a) $6x + 4x = (6 + 4)x = 10x$.

b) $4(x + 2x) - (x^2 - 2x) = 4x + 8x - x^2 + 2x$ (tính chất phân phối)

$= 4x + 8x + 2x - x^2$ (tính chất giao hoán)

$= 14x - x^2$.

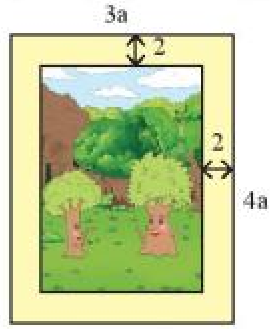
Thực hành 2:

a) Hãy viết biểu thức biểu thị thể tích khối lập phương có cạnh bằng a.

b) Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn bằng a cm, đáy nhỏ bằng b cm, đường cao bằng h cm.

Vận dụng 1:

Một khung ảnh hình chữ nhật với hai cạnh liên tiếp bằng 3a cm và 4a cm với bề rộng bằng 2 cm (xem Hình 3). Viết biểu thức biểu thị diện tích của tấm ảnh trong Hình 3.



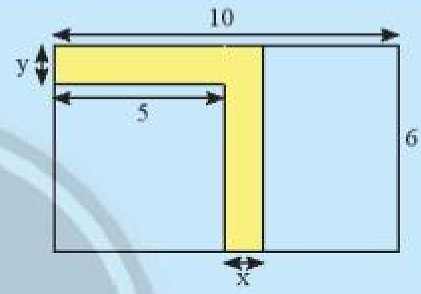
Hình 3

3. GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

3 Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là 10 m, chiều rộng là 6 m. Người ta làm lối đi như trong Hình 4 (phần tô màu vàng).

a) Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích phần còn lại của khu vườn.

b) Tính diện tích phần còn lại của khu vườn khi $x = 1$ m và $y = 0,8$ m.



Hình 4

Cho biểu thức $x^2 - 2xy + 1$.

Khi thay $x = 3$ và $y = 1$ vào biểu thức, ta được: $3^2 - 2 . 3 . 1 + 1 = 4$.

Ta nói: 4 là giá trị của biểu thức $x^2 - 2xy + 1$ khi $x = 3$ và $y = 1$,
hoặc khi $x = 3$ và $y = 1$ thì giá trị của biểu thức $x^2 - 2xy + 1$ là 4.

Để tính *giá trị của một biểu thức đại số* tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay các giá trị cho trước đó vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

Ví dụ 6: Tính giá trị của biểu thức $a^2 - 5b + 1$ khi $a = 4$ và $b = 2$.

Giải

Thay $a = 4$ và $b = 2$ vào biểu thức trên, ta được: $4^2 - 5 . 2 + 1 = 7$.
Vậy khi $a = 4$ và $b = 2$ thì giá trị của biểu thức $a^2 - 5b + 1$ là 7.

Ví dụ 7: Tính giá trị của biểu thức $2\left[(a-b)^2 : c\right]$ khi $a = 13$, $b = 7$ và $c = 3$.

Giải

Thay $a = 13$, $b = 7$ và $c = 3$ vào biểu thức trên, ta được:

$$2 . [(13 - 7)^2 : 3] = 2 . (6^2 : 3) = 2 . (36 : 3) = 2 . 12 = 24.$$

Vậy giá trị của biểu thức trên khi $a = 13$, $b = 7$ và $c = 3$ là 24.

Thực hành 3: Hãy tính giá trị của biểu thức $3x^2 - 4x + 2$ khi $x = 2$.

Vận dụng 2: Cho biết giá bán của một đôi giày bằng C + Cr, trong đó C là giá gốc và r là thuế giá trị gia tăng.

Tính giá bán của đôi giày khi C = 600 nghìn đồng và r = 10%.

BÀI TẬP

1. Hãy viết biểu thức số biểu thị diện tích xung quanh của một hình hộp chữ nhật có chiều dài bằng 7 cm, chiều rộng bằng 4 cm và chiều cao bằng 2 cm.

2. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị chu vi của một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 7 cm.

3. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 4 cm và hơn chiều cao 2 cm.

4. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị:

a) Tổng của x^2 và 3y;

b) Tổng các bình phương của a và b.

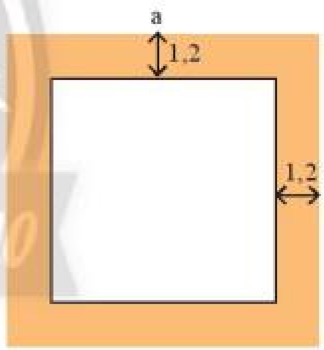
5. Lân có x nghìn đồng và đã chi tiêu hết y nghìn đồng, sau đó Lân được chị Mai cho z nghìn đồng. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền mà Lân có sau khi chị Mai cho thêm z nghìn đồng. Tính số tiền Lân có khi x = 100, y = 60, z = 50.

6. Rút gọn các biểu thức đại số sau:

a) $6(y - x) - 2(x - y)$;

b) $3x^2 + x - 4x - 5x^2$.

7. Một mảnh vườn hình vuông (Hình 5) có cạnh bằng a (m) với lối đi xung quanh vườn rộng 1,2 m. Hãy viết biểu thức biểu thị diện tích phần còn lại của mảnh vườn. Tính diện tích còn lại của mảnh vườn khi a = 20.



Hình 5

8. Lương trung bình tháng của công nhân ở một xí nghiệp vào năm thứ n tính từ năm 2015 được tính bởi biểu thức $C(1 + 0,04)^n$, trong đó C = 5 triệu đồng. Hãy tính lương trung bình tháng của công nhân xí nghiệp đó vào năm 2020 (ứng với n = 5).

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được biểu thức số và biểu thức đại số.

– Viết được biểu thức đại số biểu diễn các đại lượng quen thuộc trong hình học hay trong đời sống.

– Tính được giá trị của một biểu thức đại số.

Bài 2

ĐA THỨC MỘT BIẾN

Các biểu thức $2y + 5$; $2x^2 - 4x + 7$ được gọi là gì?

1. ĐA THỨC MỘT BIẾN

Trong các biểu thức đại số sau, biểu thức nào không chứa phép tính cộng, phép tính trừ?

$3x^2$; $6 - 2y$; $3t$; $3t^2 - 4t + 5$; -7;

$3u^4 + 4u^2$; $-2z^4$; 1; $2021y^2$.

Trong các biểu thức trên, các biểu thức: $3x^2$; $3t$; -7; $-2z^4$; 1; $2021y^2$ là những ví dụ về *đơn thức một biến.*

Các biểu thức: $6 - 2y$; $3t^2 - 4t + 5$; $3u^4 + 4u^2$ là những ví dụ về *đa thức một biến.*

Đơn thức một biến là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và biến đó.

Chú ý: Ta có thể thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia đơn thức cùng một biến.

Ví dụ 1: $2x + 3x = 5x$; $3y - 7y = -4y$; $2t \cdot 3t^2 = 6t^3$; $\dfrac{6z^3}{z^2} = 6z$ (với $z \neq 0$).

Đa thức một biến là tổng của những đơn thức cùng một biến.
Đơn thức một biến cũng là đa thức một biến.

Ta thường dùng các chữ A, B, C, ..., M, N, P, ... để đặt tên cho các đa thức một biến, chẳng hạn như:

$A = 4x + 6 - x$; $B = -8y + 2y^2 + 1$; $P = 4t^2 + 9t^4 - 2t + 5$.

Ta còn ghi $A(x) = 4x + 6 - x$ để chỉ rõ đa thức A của biến x.

Tương tự, $B(y) = -8y + 2y^2 + 1$ để chỉ B là đa thức của biến y;

$P(t) = 4t^2 + 9t^4 - 2t + 5$ để chỉ P là đa thức của biến t.

Nhận xét: $C = 2$ thì ta có thể viết $C = 0x + 2$ nên C cũng là đa thức một biến.

Ví dụ 2: $Q = 2x + 5x^2 - 7x + 8$ là đa thức một biến của biến x.

$B = \dfrac{3}{2y-1}$ không phải là đa thức theo biến y.

Quy ước: $P = 0$ được gọi là *đa thức không.*

Thực hành 1: Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đa thức một biến:

$$M = 3; \qquad N = 7x; \qquad P = 10 - y^2 + 5y; \qquad Q = \frac{4t - 7}{3}; \quad R = \frac{2x - 5}{1 + x^2}.$$

2. CÁCH BIỂU DIỄN ĐA THỨC MỘT BIẾN

Cho đa thức: $P = 2x^2 + 3x + 2x - 4 + x^2$, ta có thể viết lại:

$$P = 3x^2 + 5x - 4 \text{ hoặc } P = -4 + 5x + 3x^2.$$

Đa thức $3x^2 + 5x - 4$ và đa thức $-4 + 5x + 3x^2$ là *đa thức thu gọn* của đa thức P.

Để thuận tiện cho việc tính toán đối với các đa thức một biến, người ta thường viết đa thức đó thành đa thức thu gọn và sắp xếp các đơn thức của chúng theo luỹ thừa tăng hoặc giảm của biến.

Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã được viết thành đa thức thu gọn) là số mũ lớn nhất của biến trong đa thức đó.

Ví dụ 3: Với đa thức $P(x) = 2x + 5x^2 - 4 + 6x^3$, khi sắp xếp các đơn thức theo luỹ thừa giảm của biến x, ta có:

$$P(x) = 6x^3 + 5x^2 + 2x - 4,$$

và $P(x) = -4 + 2x + 5x^2 + 6x^3$ khi sắp xếp theo luỹ thừa tăng của biến x.

Trong đa thức trên, số mũ cao nhất của x là 3. Ta nói đa thức P(x) có bậc là 3.

Hệ số của x^3 là 6, gọi là hệ số cao nhất; hệ số của x^2 là 5; hệ số của x là 2 và -4 là *hệ số tự do*.

Chú ý: − Số thực khác 0 là đa thức bậc 0.

− Số 0 được coi là đa thức không có bậc.

Thực hành 2: Cho đa thức $P(x) = 7 + 4x^2 + 3x^3 - 6x + 4x^3 - 5x^2$.

a) Hãy viết đa thức thu gọn của đa thức P và sắp xếp các đơn thức theo luỹ thừa giảm của biến.

b) Xác định bậc của P(x) và tìm các hệ số.

3. GIÁ TRỊ CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

2 Diện tích của một hình chữ nhật được biểu thị bởi đa thức $P(x) = 2x^2 + 4x$. Hãy tính diện tích của hình chữ nhật ấy khi biết x = 3 cm.

Cho đa thức $A(x) = 2x^4 - 8x^2 + 5x - 7$.

Ta có:

$$A(3) = 2 \,.\, 3^4 - 8 \,.\, 3^2 + 5 \,.\, 3 - 7 = 162 - 72 + 15 - 7 = 98.$$

Ta nói đa thức A(x) có giá trị là 98 khi x = 3.

Ví dụ 4: Tính giá trị của đa thức $Q(y) = 3y^4 + 4y^2 - 5$ khi $y = \frac{1}{2}$.

Giải

Ta có: $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 = \frac{3}{16} + 4.\frac{1}{4} - 5 = -\frac{61}{16}$.

Thực hành 3: Tính giá trị của đa thức $M(t) = -5t^3 + 6t^2 + 2t + 1$ khi $t = -2$.

Vận dụng 1: Quãng đường một chiếc ô tô đi từ A đến B được tính theo biểu thức $s = 16t$, trong đó s là quãng đường tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường ô tô đi được sau 10 giây.

4. NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

3 Cho đa thức $P(x) = x^2 - 3x + 2$. Hãy tính giá trị của P(x) khi $x = 1$, $x = 2$ và $x = 3$.

Nếu đa thức P(x) có giá trị bằng 0 tại $x = a$ thì ta nói a (hoặc $x = a$) là một *nghiệm* của đa thức đó.

Ví dụ 5:

a) $x = -2$ là nghiệm của đa thức $P(x) = 2x + 4$ vì $P(-2) = 2 . (-2) + 4 = 0$.

b) Đa thức $M(t) = t^2 - 4t + 3$ có các nghiệm là $t = 1$ và $t = 3$,

vì $M(1) = 1^2 - 4 . 1 + 3 = 0$ và $M(3) = 3^2 - 4 . 3 + 3 = 0$.

c) Đa thức $Q(x) = 2x^2 + 1$ không có nghiệm, vì tại $x = a$ bất kì thì:

$Q(a) = 2a^2 + 1 \geq 0 + 1 > 0$.

Thực hành 4: Cho $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$. Hỏi mỗi số $x = -1$; $x = 1$ có phải là một nghiệm của P(x) không?

Vận dụng 2: Diện tích một hình chữ nhật cho bởi biểu thức $S(x) = 2x^2 + x$. Tính giá trị của S khi $x = 4$ và nêu một nghiệm của đa thức $Q(x) = 2x^2 + x - 36$.

BÀI TẬP

1. Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đơn thức một biến.

a) $5x^3$; b) $3y + 5$; c) 7,8; d) $23.y.y^2$.

2. Hãy cho biết biểu thức nào sau đây là đa thức một biến.

$A = -32$; $B = 4x + 7$; $M = 15 - 2t^3 + 8t$; $N = \frac{4-3y}{5}$; $Q = \frac{5x-1}{3x^2+2}$.

3. Hãy cho biết bậc của các đa thức sau:

a) $3 + 2y$; b) 0; c) $7 + 8$; d) $3,2x^3 + x^4$.

4. Hãy cho biết phần hệ số và phần biến của mỗi đa thức sau:

a) $4 + 2t - 3t^3 + 2,3t^4$; b) $3y^7 + 4y^3 - 8$.

5. Cho đa thức $P(x) = 7 + 10x^2 + 3x^3 - 5x + 8x^3 - 3x^2$. Hãy viết đa thức thu gọn của đa thức P và sắp xếp các đơn thức theo luỹ thừa giảm của biến.

6. Cho đa thức $P(x) = 2x + 4x^3 + 7x^2 - 10x + 5x^3 - 8x^2$. Hãy viết đa thức thu gọn, tìm bậc và các hệ số của đa thức $P(x)$.

7. Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 3$ khi $x = -2$.

b) $Q(y) = 2y^3 - y^4 + 5y^2 - y$ khi $y = 3$

8. Cho đa thức $M(t) = t + \frac{1}{2}t^3$.

a) Hãy nêu bậc và các hệ số của $M(t)$.

b) Tính giá trị của $M(t)$ khi $t = 4$.

9. Hỏi $x = -\frac{2}{3}$ có phải là một nghiệm của đa thức $P(x) = 3x + 2$ không?

10. Cho đa thức $Q(y) = 2y^2 - 5y + 3$. Các số nào trong tập hợp $\left\{1; 2; 3; \frac{3}{2}\right\}$ là nghiệm của $Q(y)$?

11. Đa thức $M(t) = 3 + t^4$ có nghiệm không? Vì sao?

12. Một chiếc ca nô đang chạy với tốc độ $v = 16 + 2t$ (v tính theo đơn vị mét/giây, t là thời gian tính theo đơn vị giây). Tính tốc độ ca nô với $t = 5$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được đa thức một biến và tính được giá trị của đa thức một biến khi biết giá trị của biến.
– Nhận biết được cách biểu diễn, xác định bậc của đa thức một biến.
– Nhận biết được nghiệm của đa thức một biến.
– Vận dụng các kiến thức trên vào một số bài toán đơn giản.

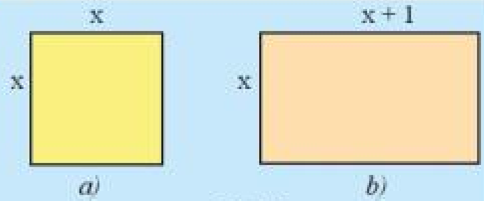
Bài 3

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Có thể cộng và trừ hai đa thức một biến như cộng và trừ hai số thực không?

1. PHÉP CỘNG HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

1 Hãy lập biểu thức biểu thị tổng chu vi của hình vuông (Hình 1a) và hình chữ nhật (Hình 1b).



Hình 1

Cho hai đa thức $P(x) = 6x^2 - 5x + 1$ và $Q(x) = -3x^2 - 2x - 7$.
Để tính $P(x) + Q(x)$, ta có hai cách như sau:

Cách 1:

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= (6x^2 - 5x + 1) + (-3x^2 - 2x - 7) \\ &= 6x^2 - 5x + 1 - 3x^2 - 2x - 7 && \text{(bỏ dấu ngoặc)} \\ &= (6x^2 - 3x^2) + (-5x - 2x) + (1 - 7) && \text{(tính chất giao hoán và kết hợp)} \\ &= 3x^2 - 7x - 6 \end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{rl} & P(x) = 6x^2 - 5x + 1 \\ + & Q(x) = -3x^2 - 2x - 7 \\ \hline & P(x) + Q(x) = 3x^2 - 7x - 6 \end{array} \quad \text{(cộng theo cột dọc)}$$

Để cộng hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách sau:
– *Cách 1:* Nhóm các đơn thức cùng luỹ thừa của biến rồi thực hiện phép cộng.
– *Cách 2:* Sắp xếp các đơn thức của hai đa thức cùng theo thứ tự luỹ thừa tăng dần (hoặc giảm dần) của biến và đặt tính dọc sao cho luỹ thừa giống nhau ở hai đa thức thẳng cột với nhau, rồi thực hiện cộng theo cột.

Ví dụ 1: Cho $M(y) = 5y^3 - 4y + 3$ và $N(y) = -6y^3 - y^2 + 8y + 1$. Hãy tính tổng của $M(y)$ và $N(y)$ bằng hai cách.

Giải

Cách 1:

$$\begin{aligned} M(y) + N(y) &= (5y^3 - 4y + 3) + (-6y^3 - y^2 + 8y + 1) \\ &= 5y^3 - 4y + 3 - 6y^3 - y^2 + 8y + 1 \\ &= (5y^3 - 6y^3) - y^2 + (8y - 4y) + (3 + 1) \\ &= -y^3 - y^2 + 4y + 4 \end{aligned}$$

Cách 2:

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & M(y) = & 5y^3 & & -\,4y + 3 \\
+ & N(y) = & -6y^3 & -\,y^2 & +\,8y + 1 \\
\hline
M(y) + N(y) = & & -y^3 & -\,y^2 & +\,4y + 4
\end{array}
$$

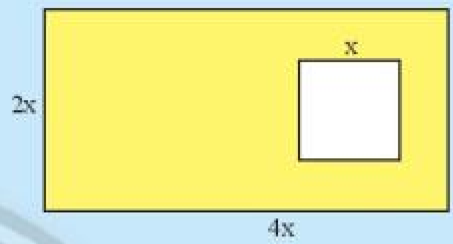
Thực hành 1: Cho hai đa thức $P(x) = 7x^3 - 8x + 12$ và $Q(x) = 6x^2 - 2x^3 + 3x - 5$.

Hãy tính P(x) + Q(x) bằng hai cách.

2. PHÉP TRỪ HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Hình 2 gồm một hình chữ nhật có chiều dài 4x cm, chiều rộng 2x cm và hình vuông nhỏ bên trong có cạnh x cm.

Hãy lập biểu thức biểu thị diện tích của phần được tô màu vàng trong Hình 2.



Hình 2

Cho hai đa thức $P(x) = 9x^2 - 2x + 4$ và $Q(x) = -x^2 + 3x - 7$. Để tính P(x) − Q(x), ta có hai cách như sau:

Cách 1:

$$
\begin{aligned}
P(x) - Q(x) &= (9x^2 - 2x + 4) - (-x^2 + 3x - 7) \\
&= 9x^2 - 2x + 4 + x^2 - 3x + 7 && \text{(bỏ dấu ngoặc)} \\
&= (9x^2 + x^2) + (-2x - 3x) + (4 + 7) && \text{(tính chất giao hoán và kết hợp)} \\
&= 10x^2 - 5x + 11
\end{aligned}
$$

Cách 2:

$$
\begin{array}{rrrr}
 & P(x) = & 9x^2 & -\,2x + 4 \\
- & Q(x) = & -x^2 & +\,3x - 7 \\
\hline
P(x) - Q(x) = & & 10x^2 & -\,5x + 11
\end{array}
\quad \text{(trừ theo cột dọc)}
$$

Để trừ hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách sau:

– *Cách 1:* Nhóm các đơn thức cùng luỹ thừa của biến rồi thực hiện phép trừ.

– *Cách 2:* Sắp xếp các đơn thức của hai đa thức cùng theo thứ tự luỹ thừa tăng dần (hoặc giảm dần) của biến và đặt tính dọc sao cho luỹ thừa giống nhau ở hai đa thức thẳng cột với nhau, rồi thực hiện trừ theo cột.

Ví dụ 2: Cho $M(x) = 5x^4 + 7x^3 - 2x$ và $N(x) = -2x^3 - 4x^2 + 6x + 8$.

Tính M(x) – N(x) bằng hai cách.

Giải

Cách 1:

$$\begin{aligned} M(x) - N(x) &= (5x^4 + 7x^3 - 2x) - (-2x^3 - 4x^2 + 6x + 8) \\ &= 5x^4 + 7x^3 - 2x + 2x^3 + 4x^2 - 6x - 8 \\ &= 5x^4 + (7x^3 + 2x^3) + 4x^2 + (-2x - 6x) - 8 \\ &= 5x^4 + 9x^3 + 4x^2 - 8x - 8 \end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{rrrrrr} & M(x) = & 5x^4 & + 7x^3 & & - 2x \\ - & N(x) = & & -2x^3 & - 4x^2 & + 6x + 8 \\ \hline & M(x) - N(x) = & 5x^4 & + 9x^3 & + 4x^2 & - 8x - 8 \end{array}$$

Thực hành 2: Cho hai đa thức $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 5$ và $Q(x) = -2x^2 - 4x^3 + 7x$.
Hãy tính $P(x) - Q(x)$ bằng hai cách.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tương tự như phép cộng các số thực thì phép cộng các đa thức một biến cũng có các tính chất sau:

Cho A, B, C là các đa thức một biến với cùng một biến số. Ta có:

- $A + B = B + A$;
- $A + (B + C) = (A + B) + C$;

Ví dụ 3: Thực hiện phép tính $(2x - 1) + [(x^2 + 3x) + (2 - 2x)]$.

Giải

$$\begin{aligned} (2x - 1) + [(x^2 + 3x) + (2 - 2x)] &= (2x - 1) + [(2 - 2x) + (x^2 + 3x)] \\ &= [(2x - 1) + (2 - 2x)] + (x^2 + 3x) \\ &= 1 + (x^2 + 3x) \\ &= x^2 + 3x + 1. \end{aligned}$$

Thực hành 3: Thực hiện phép tính: $(x - 4) + [(x^2 + 2x) + (7 - x)]$.

BÀI TẬP

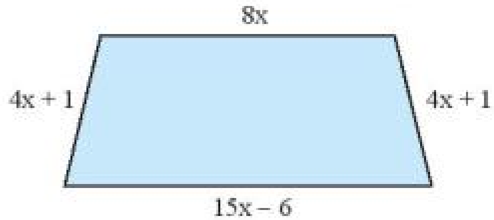
1. Cho hai đa thức $P(x) = -3x^4 - 8x^2 + 2x$ và $Q(x) = 5x^3 - 3x^2 + 4x - 6$.
   Hãy tính $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

2. Cho đa thức $M(x) = 7x^3 - 2x^2 + 8x + 4$.
   Tìm đa thức $N(x)$ sao cho $M(x) + N(x) = 3x^2 - 2x$.

3. Cho đa thức $A(y) = -5y^4 - 4y^2 + 2y + 7$.

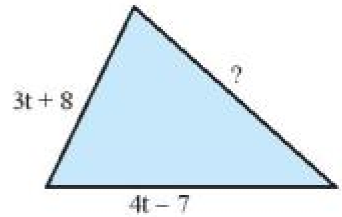
Tìm đa thức B(y) sao cho $B(y) - A(y) = 2y^3 - 9y^2 + 4y$.

4. Viết biểu thức biểu thị chu vi của hình thang cân trong Hình 3.



Hình 3

5. Cho tam giác (xem Hình 4) có chu vi bằng $12t - 3$. Tìm cạnh chưa biết của tam giác đó.



Hình 4

6. Cho ba đa thức $P(x) = 9x^4 - 3x^3 + 5x - 1$;

$$Q(x) = -2x^3 - 5x^2 + 3x - 8 \text{ và}$$

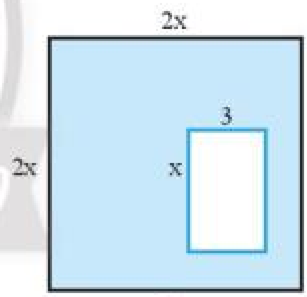
$$R(x) = -2x^4 + 4x^2 + 2x - 10.$$

Tính $P(x) + Q(x) + R(x)$ và $P(x) - Q(x) - R(x)$.

7. Cho đa thức $P(x) = x^3 - 4x^2 + 8x - 2$. Hãy viết P(x) thành tổng của hai đa thức bậc bốn.

8. Cho hình vuông cạnh 2x và bên trong là hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và 3 (Hình 5).

Tìm đa thức theo biến x biểu thị diện tích của phần được tô màu xanh.



Hình 5

9. a) Thực hiện phép tính: $(3x - 1) + [(2x^2 + 5x) + (4 - 3x)]$.

b) Cho $A = 4x + 2$, $C = 5 - 3x^2$. Tìm đa thức B sao cho $A + B = C$.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện được phép cộng và phép trừ hai đa thức một biến.

– Vận dụng được những tính chất của phép cộng đa thức một biến trong tính toán.

Bài 4 PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Có thể nhân, chia hai đa thức một biến được không?

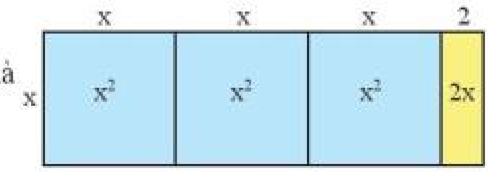
1. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

Hãy dùng tính chất phân phối để thực hiện phép nhân $x.(2x + 3)$.

Quan sát Hình 1, ta có:

– Tổng diện tích của ba hình vuông có cạnh x là
$x . 3x = 3x^2$.

– Diện tích hình chữ nhật có hai cạnh bằng x và 2 là $x . 2 = 2x$.



Hình 1

Do đó: $x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$ (xem là tổng diện tích của ba hình vuông có cạnh x và một hình chữ nhật có hai cạnh bằng x và 2).

Quy tắc nhân hai đa thức:

Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi đơn thức của đa thức này với từng đơn thức của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 1: Thực hiện phép nhân.

a) $3x.(2x^2 - 4x + 5)$; b) $(2x + 3).(x + 1)$.

Giải

a) Ta có: $3x.(2x^2 - 4x + 5) = 3x.(2x^2) + 3x.(-4x) + 3x.5 = 6x^3 - 12x^2 + 15x$.

Ta nói đa thức $6x^3 - 12x^2 + 15x$ là tích của $3x$ và $2x^2 - 4x + 5$.

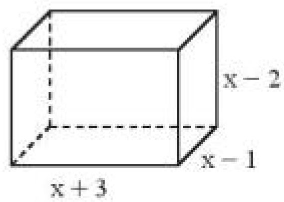
b) Ta có: $(2x + 3).(x + 1) = 2x.(x + 1) + 3.(x + 1) = 2x^2 + 2x + 3x + 3$
$= 2x^2 + 5x + 3$.

Ta cũng có thể thực hiện phép nhân đa thức theo cách sau:

$$\begin{array}{rl}
\times \begin{array}{r} 2x + 3 \\ x + 1 \end{array} & \\
\hline
2x + 3 & \text{(nhân } 2x + 3 \text{ với 1)} \\
2x^2 + 3x & \text{(nhân } 2x + 3 \text{ với x)} \\
\hline
2x^2 + 5x + 3 & \text{(cộng theo cột dọc)}
\end{array}$$

Thực hành 1: Thực hiện phép nhân $(4x - 3)(2x^2 + 5x - 6)$.

Vận dụng 1: Tìm đa thức theo biến x biểu thị thể tích của hình hộp chữ nhật có kích thước như Hình 2.



Hình 2

2. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

• **Chia đa thức cho đa thức (chia hết)**

Thực hiện phép nhân $(3x + 1)(x^2 - 2x + 1)$,
rồi đoán xem $(3x^3 - 5x^2 + x + 1) : (3x + 1)$ bằng đa thức nào.

Cho hai đa thức P và Q (với $Q \neq 0$). Ta nói đa thức P chia hết cho đa thức Q nếu có đa thức M sao cho $P = Q \,.\, M$.

Ta gọi P là đa thức bị chia, Q là đa thức chia và M là đa thức thương (gọi tắt là thương).

Kí hiệu $M = P : Q$ hoặc $M = \dfrac{P}{Q}$.

Ví dụ 2: Muốn chia đa thức $3x^6 - 5x^5 + 7x^4$ cho $2x^3$ ta thực hiện như sau:

$$\begin{aligned}(3x^6 - 5x^5 + 7x^4) : 2x^3 &= (3x^6 : 2x^3) + (-5x^5 : 2x^3) + (7x^4 : 2x^3)\\ &= \frac{3}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}x.\end{aligned}$$

Thực hành 2: Thực hiện phép chia $P(x) = 6x^2 + 4x$ cho $Q(x) = 2x$.

Ví dụ 3: Muốn chia đa thức $4x^2 - 5x + 1$ cho $2x - 2$ ta thực hiện như sau:

– Đặt phép chia:

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 5x + 1 & 2x - 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

– Chia đơn thức bậc cao nhất của đa thức bị chia cho đơn thức bậc cao nhất của đa thức chia:

$$4x^2 : 2x = 2x.$$

Nhân 2x với đa thức chia 2x – 2 rồi lấy đa thức bị chia trừ cho tích vừa nhận:

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 5x + 1 & 2x - 2 \\ \cline{2-2} 4x^2 - 4x\phantom{{}+1} & 2x \\ \hline -x + 1 & \end{array}$$

Đa thức $-x + 1$ được gọi là dư thứ nhất.

– Chia đơn thức bậc cao nhất của dư thứ nhất cho đơn thức bậc cao nhất của đa thức chia:

$$(-x) : 2x = -\frac{1}{2}.$$

Lấy dư thứ nhất trừ cho tích của $-\dfrac{1}{2}$ với đa thức chia thì được:

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 5x + 1 & 2x - 2 \\ \cline{2-2} 4x^2 - 4x\phantom{{}+1} & 2x - \dfrac{1}{2} \\ \hline -x + 1 & \\ -x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Dư cuối cùng bằng 0 và ta được thương là $2x-\frac{1}{2}$. Khi đó ta có:

$$\frac{4x^2-5x+1}{2x-2}=2x-\frac{1}{2}.$$

Ví dụ 4: Thực hiện phép chia $P(x) = x + 2x^2 - 1$ cho $Q(x) = 1 + x$.

Giải

$P(x)$ và $Q(x)$ có thể viết lại như sau: $P(x) = 2x^2 + x - 1$, $Q(x) = x + 1$.

$$\begin{array}{r|l}
2x^2+\ \ x-1 & x+1 \\ \cline{2-2}
2x^2+2x & 2x-1 \\ \cline{1-1}
-x-1 & \\
-x-1 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Vậy: $\frac{2x^2+x-1}{x+1}=2x-1$.

Chú ý: Để thực hiện phép chia đa thức, người ta thường viết các đa thức đó thành đa thức thu gọn và sắp xếp các đơn thức theo luỹ thừa giảm dần, rồi thực hiện phép chia.

Vận dụng 2: Thực hiện các phép chia sau: $\frac{9x^2+5x+x}{3x}$ và $\frac{2x^2-3x-2}{2-x}$.

- **Chia đa thức cho đa thức (chia có dư)**

Ví dụ 5: Để thực hiện phép chia đa thức $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$ cho $Q(x) = x - 2$ thì ta làm tương tự như trên và có:

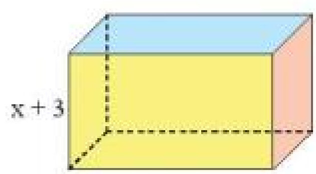
$$\begin{array}{r|l}
3x^2-5x+2 & x-2 \\ \cline{2-2}
3x^2-6x & 3x+1 \\ \cline{1-1}
x+2 & \\
x-2 & \\ \cline{1-1}
4 &
\end{array}$$

Phép chia nêu trên có dư là 4 và ta có: $3x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(3x + 1) + 4$.

Nhận xét: Khi chia đa thức A cho đa thức B với thương là Q, dư là R thì $A = B \,.\, Q + R$, trong đó bậc của R nhỏ hơn bậc của B.

Thực hành 3: Thực hiện phép chia $(x^2 + 5x + 9) : (x + 2)$.

Vận dụng 3: Tính diện tích đáy của một hình hộp chữ nhật (Hình 3) có chiều cao bằng $(x + 3)$ cm và có thể tích bằng $(x^3 + 8x^2 + 19x + 12)$ cm^3.



Hình 3

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tương tự như phép nhân các số thực thì phép nhân các đa thức một biến cũng có các tính chất sau:

Cho A, B, C là các đa thức một biến với cùng một biến số. Ta có:

- A . B = B . A;
- A . (B . C) = (A . B) . C.

Ví dụ 6: Thực hiện phép tính: $6 \cdot (x^2 - 2) \cdot \frac{1}{2}$.

Giải

$$6 \cdot (x^2 - 2) \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \left[(x^2 - 2) \cdot \frac{1}{2}\right] = 6 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (x^2 - 2)\right] = \left(6 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot (x^2 - 2)$$

$$= 3 \cdot (x^2 - 2) = 3x^2 - 6.$$

Thực hành 4: Thực hiện phép tính: $\frac{1}{5} \cdot (x^2 + 1) \cdot 5$.

BÀI TẬP

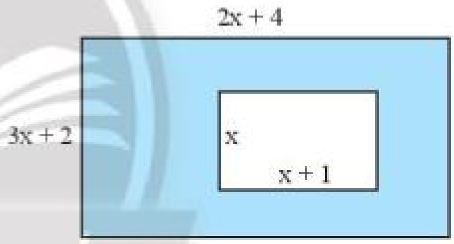
1. Thực hiện phép nhân.

a) $(4x - 3)(x + 2)$;

b) $(5x + 2)(-x^2 + 3x + 1)$;

c) $(2x^2 - 7x + 4)(-3x^2 + 6x + 5)$.

2. Cho hai hình chữ nhật như Hình 4. Tìm đa thức theo biến x biểu thị diện tích của phần được tô màu xanh.



Hình 4

3. Thực hiện phép chia.

a) $(8x^6 - 4x^5 + 12x^4 - 20x^3) : 4x^3$;

b) $(2x^2 - 5x + 3) : (2x - 3)$.

4. Thực hiện phép chia.

a) $(4x^2 - 5) : (x - 2)$;

b) $(3x^3 - 7x + 2) : (2x^2 - 3)$.

5. Tính chiều dài của một hình chữ nhật có diện tích bằng $(4y^2 + 4y - 3)$ cm^2 và chiều rộng bằng $(2y - 1)$ cm.

6. Cho hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $(3x^3 + 8x^2 - 45x - 50)$ cm^3, chiều dài bằng $(x + 5)$ cm và chiều cao bằng $(x + 1)$ cm. Hãy tính chiều rộng của hình hộp chữ nhật đó.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thực hiện được phép nhân và phép chia các đa thức một biến.

– Vận dụng được những tính chất của phép nhân đa thức một biến trong tính toán.

Bài 5 HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

CÁCH TÍNH ĐIỂM TRUNG BÌNH MÔN HỌC KÌ

MỤC TIÊU

Học sinh đọc hiểu ý nghĩa một biểu thức đại số và biết cách sử dụng chúng để tính điểm trung bình môn học kì.

CHUẨN BỊ

Học sinh cần có thông tin đầy đủ về điểm kiểm tra, đánh giá thường xuyên; điểm kiểm tra, đánh giá giữa kì; điểm kiểm tra, đánh giá cuối kì của mình.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

Mỗi học sinh dựa vào các thông tin đã có về các điểm kiểm tra, đánh giá và dùng biểu thức tính điểm trung bình môn học kì để tính kết quả cho mình.

Cách tính điểm trung bình môn học kì được quy định như sau:

$$\text{ĐTB}_{mhk} = (\text{TĐĐG}_{tx} + 2\ .\ \text{ĐĐG}_{gk} + 3\ .\ \text{ĐĐG}_{ck}) : (\text{Số ĐĐG}_{tx} + 5)$$

Trong đó:

ĐTB_{mhk}: Điểm trung bình môn học kì.

TĐĐG_{tx}: Tổng điểm kiểm tra, đánh giá thường xuyên.

ĐĐG_{gk}: Điểm kiểm tra, đánh giá giữa kì.

ĐĐG_{ck}: Điểm kiểm tra, đánh giá cuối kì.

ĐĐG_{tx}: Điểm kiểm tra, đánh giá thường xuyên.

Điểm các bài kiểm tra, đánh giá là số nguyên hoặc số thập phân được làm tròn đến hàng phần mười.

Ví dụ: Mai có các điểm kiểm tra, đánh giá môn Toán trong học kì 1 như sau:

ĐĐG_{tx}	ĐĐG_{gk}	ĐĐG_{ck}
6; 7,5; 6,8; 8	7,4	7,6

Hãy giúp Mai tính điểm trung bình môn Toán trong học kì 1.

Giải

Ta có ĐĐG_{tx}: 6; 7,5; 6,8; 8 nên $\text{TĐĐG}_{tx} = 6 + 7,5 + 6,8 + 8 = 28,3$.

ĐĐG_{gk}: 7,4; ĐĐG_{ck}: 7,6.

Vậy $\text{ĐTB}_{mhk} = (28,3 + 2\ .\ 7,4 + 3\ .\ 7,6) : (4 + 5) \approx 7,3$.

Vận dụng: Em hãy chọn một môn học rồi tự tính điểm trung bình môn học kì của mình.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

1. Cho $A = x^2y + 2xy - 3y^2 + 4$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -2$, $y = 3$.

2. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức một biến?

a) $2y$; b) $3x + 5$;

c) 8; d) $21t^{12}$.

3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức một biến?

$3 + 6y$; $7x^2 + 2x - 4x^4 + 1$;

$\frac{2}{x+1}$; $\frac{1}{3}x - 5$.

4. Hãy viết một đa thức một biến bậc ba có 3 số hạng.

5. Hãy cho biết bậc của các đa thức sau:

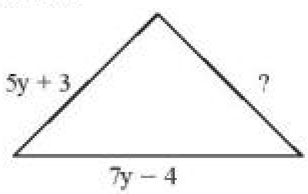
$A = 3x - 4x^2 + 1$;

$B = 7$;

$M = x - 7x^3 + 10x^4 + 2$.

6. Cho đa thức $P(x) = x^3 + 27$. Tìm nghiệm của P(x) trong tập hợp $\{0; 3; -3\}$.

7. Tam giác trong Hình 1 có chu vi bằng $(25y - 8)$ cm. Tìm cạnh chưa biết trong tam giác đó.



Hình 1

8. Cho đa thức

$M(x) = 2x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 3x$.

Tìm các đa thức N(x), Q(x) sao cho:

$N(x) - M(x) = -4x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 7$

và $Q(x) + M(x) = 6x^5 - x^4 + 3x^2 - 2$.

9. Thực hiện phép nhân.

a) $(3x - 2)(4x + 5)$;

b) $(x^2 - 5x + 4)(6x + 1)$.

10. Thực hiện phép chia.

a) $(45x^5 - 5x^4 + 10x^2) : 5x^2$;

b) $(9t^2 - 3t^4 + 27t^5) : 3t$.

11. Thực hiện phép chia.

a) $(2y^4 - 13y^3 + 15y^2 + 11y - 3) : (y^2 - 4y - 3)$;

b) $(5x^3 - 3x^2 + 10) : (x^2 + 1)$.

Phần HÌNH HỌC và ĐO LƯỜNG

Chương 8

HÌNH HỌC PHẲNG

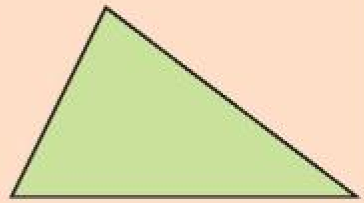
TAM GIÁC

Trong chương 8, các em sẽ học các tính chất về cạnh và góc của tam giác, các trường hợp bằng nhau của hai tam giác, tìm hiểu về các đường vuông góc và đường xiên. Các em cũng sẽ học về tính chất đồng quy của các đường đặc biệt trong tam giác như: trung tuyến, trung trực, phân giác, đường cao. Vận dụng các kiến thức trong chương này, các em sẽ giải quyết được một số vấn đề liên quan đến tam giác trong thực tiễn.

Các trụ điện trong đường dây 500 kV có nhiều kết cấu hình tam giác.

GÓC VÀ CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

– Hãy đo ba góc và ba cạnh của tam giác trong hình bên.
– Em có nhận xét gì về tổng số đo của ba góc trong tam giác này?
– Hãy so sánh tổng độ dài của hai cạnh với độ dài cạnh còn lại.



1. TỔNG SỐ ĐO BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC

a) Cắt một tấm bìa hình tam giác và tô màu ba góc của nó (Hình 1a). Cắt rời ba góc ra khỏi tam giác rồi đặt ba góc kề nhau (Hình 1b).

Em hãy dự đoán tổng số đo của ba góc trong Hình 1b.

b) Chứng minh tính chất về tổng số đo ba góc trong một tam giác theo gợi ý sau:

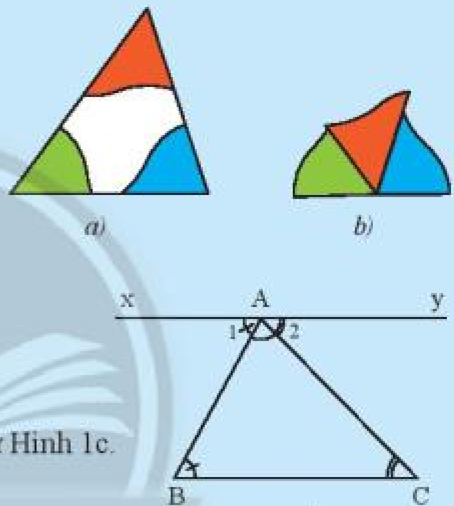
GT	ΔABC
KL	$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{o}$

Qua A kẻ đường thẳng xy song song với BC như Hình 1c.

Ta có: $xy \,//\, BC \Rightarrow \widehat{B} = ?$ (so le trong) (1)

và $\widehat{C} = ?$ (so le trong) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{B}+\widehat{BAC}+\widehat{C} = \widehat{A}_1+\widehat{BAC}+\widehat{A}_2 = \widehat{xAy} = ?$



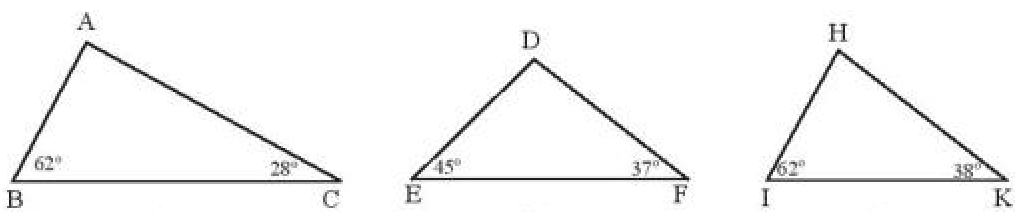
c)
Hình 1

Ta có tính chất sau:

Định lí:

Tổng số đo ba góc của một tam giác bằng 180^{o}.

Ví dụ 1: Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong Hình 2.



a) b) c)
Hình 2

Giải

Áp dụng định lí về tổng số đo ba góc của tam giác, ta có:

a) $\widehat{A} = 180^\circ - 62^\circ - 28^\circ = 90^\circ$.

b) $\widehat{D} = 180^\circ - 45^\circ - 37^\circ = 98^\circ$.

c) $\widehat{H} = 180^\circ - 62^\circ - 38^\circ = 80^\circ$.

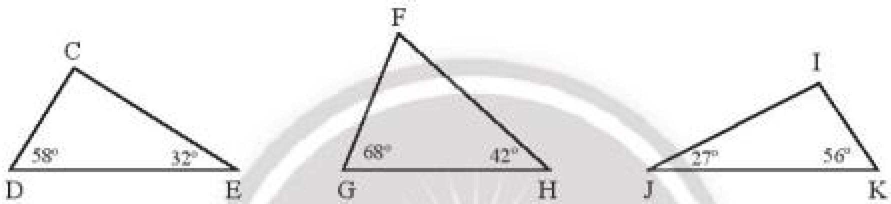
Chú ý:

– Tam giác có 3 góc nhọn được gọi là *tam giác nhọn*.

– Tam giác có 1 góc vuông được gọi là *tam giác vuông*, cạnh đối diện góc vuông gọi là *cạnh huyền*, hai cạnh còn lại gọi là hai *cạnh góc vuông*.

– Tam giác có 1 góc tù được gọi là *tam giác tù*.

Thực hành 1: Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong Hình 3 và cho biết tam giác nào là tam giác nhọn, tam giác nào là tam giác tù, tam giác nào là tam giác vuông.



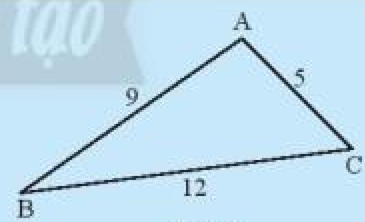
a) b) c)

Hình 3

Nhận xét: Trong một tam giác vuông, tổng hai góc nhọn bằng 90°.

2. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

2 Hãy so sánh tổng độ dài hai cạnh của tam giác trong Hình 4 với độ dài cạnh còn lại.



Hình 4

Ta thừa nhận định lí sau:

Định lí:

Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

Xét một tam giác ABC bất kì, ta luôn có các bất đẳng thức sau:

$AB + AC > BC;$

$AB + BC > AC;$

$AC + BC > AB.$

Các bất đẳng thức trên được gọi là *bất đẳng thức tam giác*.

Từ bất đẳng thức tam giác AB + BC > AC, người ta suy ra:

AB > AC – BC;

BC > AC – AB.

Nhận xét: Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng độ dài của hai cạnh còn lại.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC, với cạnh AB, ta có:

AC – BC < AB < AC + BC hay BC – AC < AB < AC + BC.

Ví dụ 2: Trong các bộ ba độ dài đoạn thẳng dưới đây, bộ ba nào có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

a) 2 cm; 3 cm; 6 cm; b) 2 cm; 4 cm; 6 cm; c) 3 cm; 4 cm; 6 cm.

Giải

Ta có: a) 6 > 2 + 3;

b) 6 = 2 + 4;

c) 4 – 3 < 6 < 4 + 3.

Vậy chỉ có bộ ba 3 cm; 4 cm; 6 cm có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Lưu ý: Khi xét độ dài ba đoạn thẳng có thoả mãn các bất đẳng thức tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất với tổng của hai độ dài còn lại, hoặc so sánh độ dài nhỏ nhất với hiệu của hai độ dài còn lại.

Thực hành 2: Trong các bộ ba độ dài đoạn thẳng dưới đây, bộ ba nào có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

a) 7 cm; 8 cm; 11 cm;

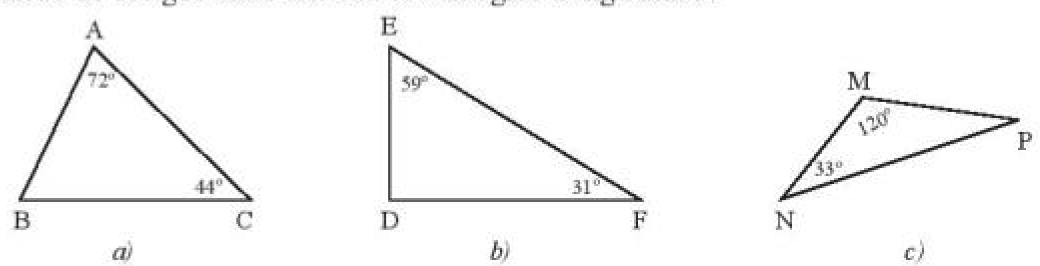
b) 7 cm; 9 cm; 16 cm;

c) 8 cm; 9 cm; 16 cm.

Vận dụng: Cho tam giác ABC với độ dài ba cạnh là ba số nguyên. Nếu biết AB = 5 cm, AC = 3 cm thì cạnh BC có thể có độ dài là bao nhiêu xăngtimét?

BÀI TẬP

1. Tìm số đo các góc chưa biết của các tam giác trong Hình 5.



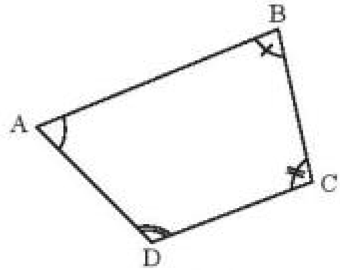
Hình 5

2. Tính số đo x của góc trong Hình 6.

a) *b)*

Hình 6

3. Hãy chia tứ giác ABCD trong Hình 7 thành hai tam giác để tính tổng số đo của bốn góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$.



Hình 7

4. Trong các bộ ba độ dài đoạn thẳng dưới đây, bộ ba nào có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

a) 4 cm, 5 cm, 7 cm;

b) 2 cm, 4 cm, 6 cm;

c) 3 cm, 4 cm, 8 cm.

5. Cho tam giác ABC có BC = 1 cm, AB = 4 cm. Tìm độ dài cạnh AC, biết rằng độ dài này là một số nguyên xăngtimét.

6. Trong một trường học, người ta đánh dấu ba khu vực A, B, C là ba đỉnh của một tam giác, biết các khoảng cách AC = 15 m, AB = 45 m.

a) Nếu đặt ở khu vực C một thiết bị phát wifi có bán kính hoạt động 30 m thì tại khu vực B có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

b) Cũng câu hỏi như trên với thiết bị phát wifi có bán kính hoạt động 60 m.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Giải thích được định lí về tổng số đo các góc trong một tam giác bằng 180°.

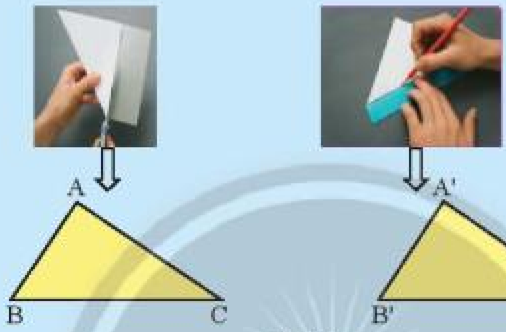
– Nhận biết được liên hệ về độ dài của ba cạnh trong một tam giác.

Bài 2 TAM GIÁC BẰNG NHAU

Thế nào là hai tam giác bằng nhau?

1. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

Dùng kéo cắt một tờ giấy thành hình tam giác ABC. Đặt tam giác ABC lên tờ giấy thứ hai. Vẽ và cắt theo các cạnh của tam giác ABC thành tam giác A′B′C′ (Hình 1).



Hình 1

Hãy so sánh các cạnh và các góc của hai tam giác ABC và A′B′C′.

Hai tam giác ABC và A′B′C′ chồng khít lên nhau nên ta có AB = A′B′; BC = B′C′; AC = A′C′ và $\widehat{A} = \widehat{A'}$; $\widehat{B} = \widehat{B'}$; $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

Hai đỉnh A và A′ (B và B′, C và C′) gọi là *hai đỉnh tương ứng*.

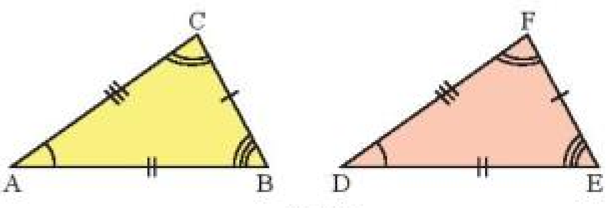
Hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{A'}$ ($\widehat{B}$ và $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ và $\widehat{C'}$) gọi là *hai góc tương ứng*.

Hai cạnh AB và A′B′ (AC và A′C′, BC và B′C′) gọi là *hai cạnh tương ứng*.

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

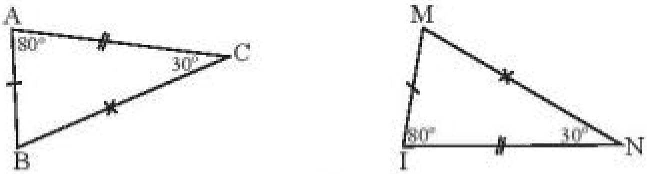
Hai tam giác ABC và DEF bằng nhau được kí hiệu là $\Delta ABC = \Delta DEF$.

Chú ý: Khi vẽ hình hai tam giác bằng nhau, các cạnh hoặc các góc bằng nhau được đánh dấu bởi những kí hiệu giống nhau (Hình 2).



Hình 2

Ví dụ 1: Quan sát Hình 3. Cho biết hai tam giác ABC và MIN có bằng nhau không. Chỉ ra các cặp góc và các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.



Hình 3

Giải

Hai tam giác ABC và MIN bằng nhau vì có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

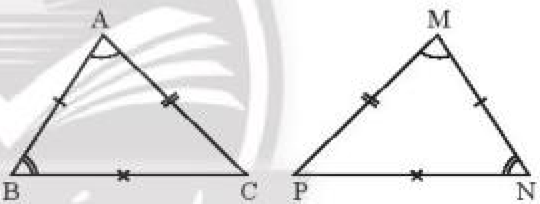
Các cặp góc tương ứng bằng nhau là: $\widehat{A} = \widehat{I}$; $\widehat{C} = \widehat{N}$; $\widehat{B} = \widehat{M}$ (= 180° – 80° – 30° = 70°).

Các cặp cạnh tương ứng bằng nhau là: AB = IM; AC = IN; BC = MN.

Chú ý: Khi dùng kí hiệu hai tam giác bằng nhau, ta phải viết các đỉnh tương ứng theo cùng thứ tự. Chẳng hạn như trong Ví dụ 1, ta viết $\Delta ABC = \Delta IMN$.

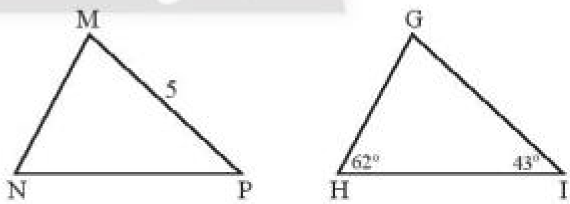
Thực hành 1: Quan sát Hình 4.

Hai tam giác ABC và MNP có bằng nhau không? Hãy chỉ ra các cặp góc và các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.



Hình 4

Vận dụng 1: Trong Hình 5, cho biết $\Delta GHI = \Delta MNP$. Hãy tính số đo góc M và độ dài cạnh GI.



Hình 5

2. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC

Ta đã biết hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau. Sau khi thực hiện các hoạt động sau đây, các em sẽ thấy chỉ cần một số điều kiện ít hơn cũng đủ để kết luận hai tam giác bằng nhau.

Trường hợp bằng nhau thứ nhất: cạnh – cạnh – cạnh (c.c.c)

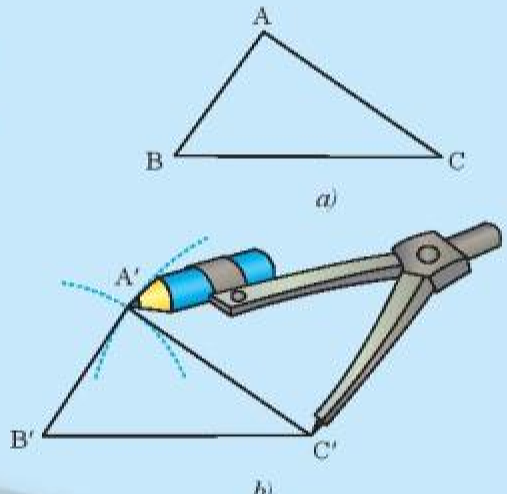
Cho tam giác ABC như trong Hình 6a. Lấy một tờ giấy, trên đó vẽ tam giác A′B′C′ có ba cạnh bằng ba cạnh của tam giác ABC (A′B′ = AB, A′C′ = AC, B′C′ = BC) theo các bước:

– Vẽ đoạn thẳng B′C′ = BC.

– Vẽ cung tròn tâm B′ có bán kính bằng BA, vẽ cung tròn tâm C′ có bán kính bằng CA.

– Hai cung tròn trên cắt nhau tại A′ (chỉ lấy một trong hai giao điểm của hai cung).

– Vẽ các đoạn thẳng B′A , C′A′, ta được tam giác A′B′C′ (Hình 6b).



Hình 6

Em hãy cắt rời tam giác A′B′C′ ra khỏi tờ giấy vừa vẽ và thử xem có thể đặt chồng khít tam giác A′B′C′ lên tam giác ABC hay không.

Theo em, hai tam giác ABC và A′B′C′ trong trường hợp này có bằng nhau hay không?

Người ta chứng minh được tính chất sau:

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ 2: Trong Hình 7, chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta DBC$.

Giải

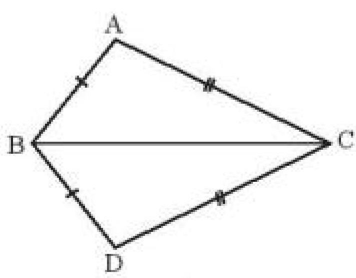
Xét ΔABC và ΔDBC, ta có:

BC là cạnh chung;

BA = BD;

CA = CD.

Suy ra $\Delta ABC = \Delta DBC$ (c.c.c).



Hình 7

Trường hợp bằng nhau thứ hai: cạnh – góc – cạnh (c.g.c)

3

Cho tam giác ABC như trong Hình 8a. Lấy một tờ giấy, trên đó vẽ tam giác A′B′C′ có $\widehat{B'} = \widehat{B}$, B′A′ = BA, B′C′ = BC theo các bước:

– Vẽ $\widehat{xB'y} = \widehat{ABC}$.

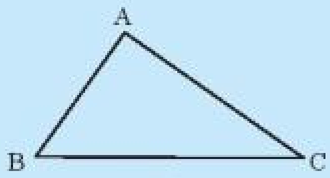
– Trên tia B′x lấy đoạn B′A′ = BA.

– Trên tia B′y lấy đoạn B′C′ = BC.

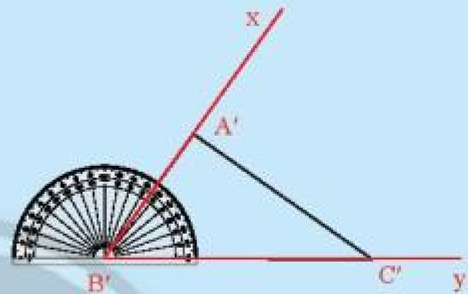
– Vẽ đoạn A′C′, ta được tam giác A′B′C′ (Hình 8b).

Em hãy cắt rời tam giác A′B′C′ ra khỏi tờ giấy vừa vẽ và thử xem có thể đặt chồng khít tam giác A′B′C′ lên tam giác ABC hay không.

Theo em, hai tam giác ABC và A′B′C′ trong trường hợp này có bằng nhau hay không?



a)



b)

Hình 8

Trong Hình 8a, $\widehat{ABC}$ được gọi là *góc xen giữa* hai cạnh BA và BC.

Người ta chứng minh được tính chất sau:

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ 3: Trong Hình 9, chứng minh rằng ΔMNP = ΔQNP.

Giải

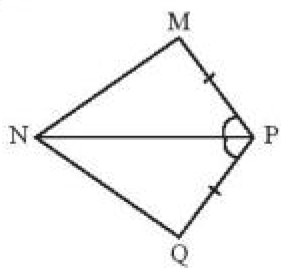
Xét ΔMNP và ΔQNP, ta có:

PN là cạnh chung;

PM = PQ;

$\widehat{MPN} = \widehat{QPN}$.

Suy ra ΔMNP = ΔQNP (c.g.c).



Hình 9

Trường hợp bằng nhau thứ ba: góc – cạnh – góc (g.c.g)

Cho tam giác ABC như trong Hình 10a. Lấy một tờ giấy, trên đó vẽ tam giác A′B′C′ có B′C′ = BC, $\widehat{B'} = \widehat{B}$, $\widehat{C'} = \widehat{C}$ theo các bước:

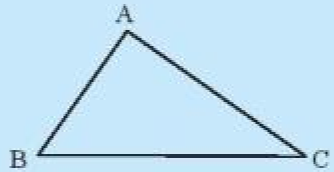
– Vẽ đoạn thẳng B′C′ = BC.

– Ở về cùng một phía của tờ giấy đối với đường thẳng B′C′ vẽ $\widehat{C'B'x} = \widehat{CBA}$ và vẽ $\widehat{B'C'y} = \widehat{BCA}$.

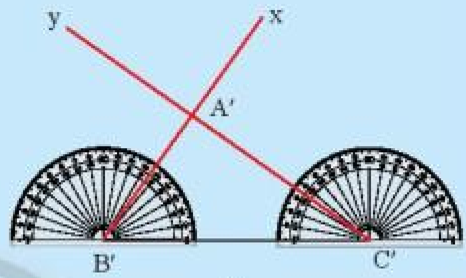
– Vẽ giao điểm A′ của hai tia B′x và C′y, ta được tam giác A′B′C′ (Hình 10b).

Em hãy cắt rời tam giác A′B′C′ ra khỏi tờ giấy vừa vẽ và thử xem có thể đặt chồng khít tam giác A′B′C′ lên tam giác ABC hay không.

Theo em, hai tam giác ABC và A′B′C′ trong trường hợp này có bằng nhau hay không?



a)



b)

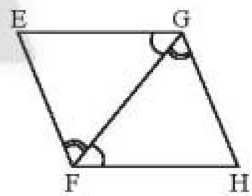
Hình 10

Trong Hình 10a, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ được gọi là hai *góc kề* với cạnh BC.

Người ta chứng minh được tính chất sau:

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ 4: Trong Hình 11, chứng minh rằng $\Delta EFG = \Delta HGF$.



Hình 11

Giải

Xét ΔEFG và ΔHGF, ta có:

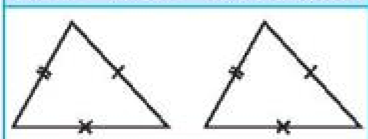
GF là cạnh chung;

$\widehat{EFG} = \widehat{HGF}$;

$\widehat{EGF} = \widehat{HFG}$.

Suy ra $\Delta EFG = \Delta HGF$ (g.c.g).

Tóm lại, ta có các trường hợp bằng nhau của hai tam giác:

cạnh – cạnh – cạnh (c.c.c)	*cạnh – góc – cạnh (c.g.c)*	*góc – cạnh – góc (g.c.g)*
		

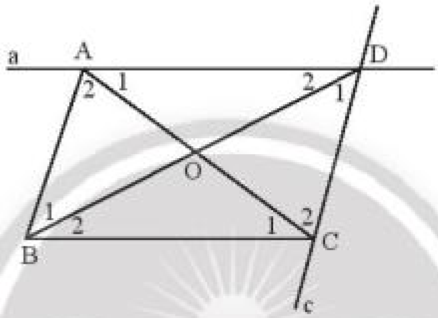
Ví dụ 5: Cho tam giác ABC, vẽ đường thẳng a đi qua A và a // BC, vẽ đường thẳng c đi qua C và c // AB. Gọi D là giao điểm của a và c.

a) Chứng minh AB = CD, AD = BC.

b) AC cắt BD tại O. Chứng minh $\Delta AOB = \Delta COD$.

Giải

GT	ΔABC; $A \in a$, a // BC; $C \in c$, c // AB; a cắt c tại D; AC cắt BD tại O.
KL	a) AB = CD, AD = BC. b) $\Delta AOB = \Delta COD$.



Hình 12

a) Ta có AD // BC (a // BC theo giả thiết), suy ra $\widehat{C}_1 = \widehat{A}_1$ (hai góc so le trong).

Ta có AB // DC (c // AB theo giả thiết), suy ra $\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$ (hai góc so le trong).

Xét ΔBAC và ΔDCA, ta có:

$\widehat{C}_1 = \widehat{A}_1$ (chứng minh trên);

AC là cạnh chung;

$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$ (chứng minh trên).

Suy ra $\Delta BAC = \Delta DCA$ (g.c.g).

Vậy ta có AB = CD, BC = AD (hai cạnh tương ứng).

b) Xét ΔAOB và ΔCOD, ta có:

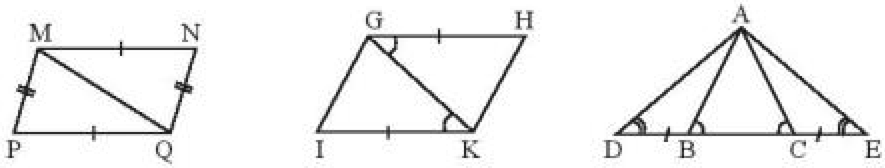
$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$ (chứng minh trên);

AB = CD (chứng minh trên);

$\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$ (hai góc so le trong).

Suy ra $\Delta AOB = \Delta COD$ (g.c.g).

Thực hành 2: Hãy chỉ ra các cặp tam giác bằng nhau trong Hình 13 và cho biết chúng bằng nhau theo trường hợp nào.

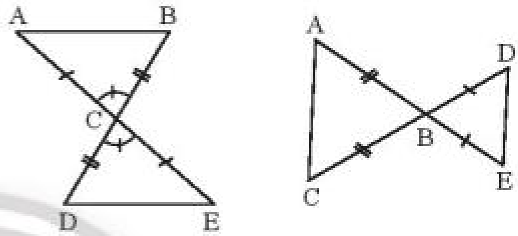


a) *b)* *c)*

Hình 13

Thực hành 3:

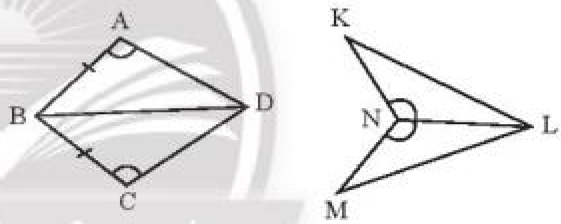
Hai tam giác trong mỗi hình bên (Hình 14a, b) có bằng nhau không? Vì sao?



a) *b)*

Hình 14

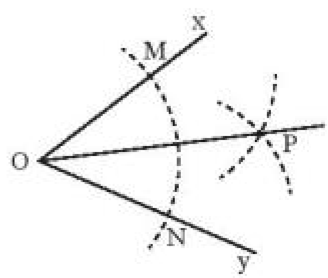
Vận dụng 2: Nêu thêm điều kiện để hai tam giác trong mỗi hình bên (Hình 15a, b) bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.



a) *b)*

Hình 15

Vận dụng 3: Cho $\widehat{xOy}$. Vẽ cung tròn tâm O, cung này cắt Ox, Oy theo thứ tự tại M, N. Vẽ hai cung tròn tâm M và tâm N có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau tại điểm P nằm trong $\widehat{xOy}$. Nối O với P (Hình 16). Hãy chứng minh rằng $\Delta OMP = \Delta ONP$, từ đó suy ra OP là tia phân giác của $\widehat{xOy}$.



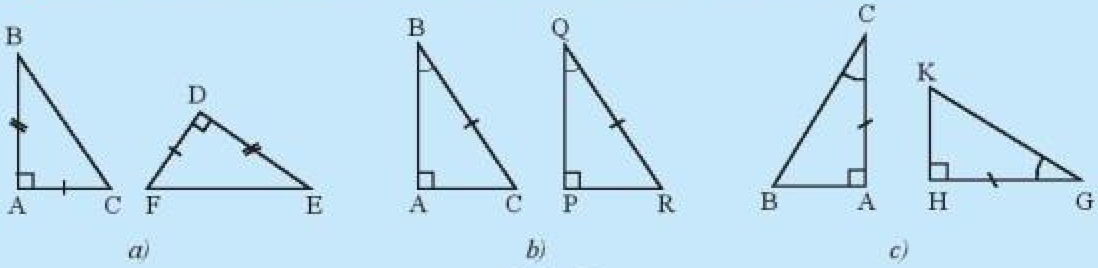
Hình 16

Chú ý: Vận dụng 3 là hướng dẫn cách dùng thước và compa để vẽ tia phân giác của một góc.

3. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

Vận dụng các trường hợp bằng nhau của hai tam giác

5 Hãy nêu các trường hợp bằng nhau cho mỗi cặp tam giác trong Hình 17.



Hình 17

Từ các điều kiện bằng nhau của hai tam giác, người ta suy ra được các trường hợp bằng nhau sau đây của hai tam giác vuông:

Trường hợp hai cạnh góc vuông

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp c.g.c).

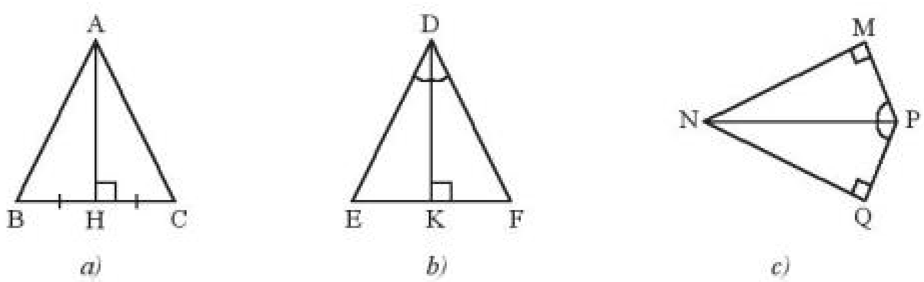
Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp g.c.g).

Trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp g.c.g).

Ví dụ 6: Hãy chỉ ra các cặp tam giác bằng nhau trong Hình 18 và cho biết chúng bằng nhau theo trường hợp nào của tam giác vuông.



Hình 18

Giải

a) Xét ΔAHB và ΔAHC cùng vuông tại H, ta có:

AH là cạnh chung;

HB = HC.

Suy ra $\Delta AHB = \Delta AHC$ theo trường hợp hai cạnh góc vuông.

b) Xét ΔDKE và ΔDKF cùng vuông tại K, ta có:

DK là cạnh chung;

$\widehat{EDK} = \widehat{FDK}$.

Suy ra $\Delta DKE = \Delta DKF$ theo trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn.

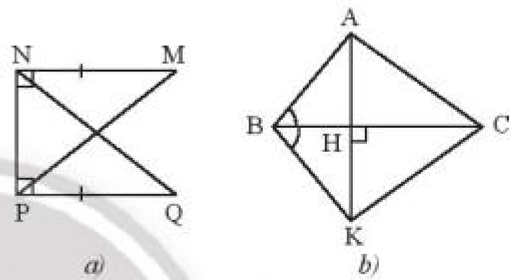
c) Xét ΔMNP vuông tại M và ΔQNP vuông tại Q, ta có:

NP là cạnh huyền chung;

$\widehat{MPN} = \widehat{QPN}$.

Suy ra $\Delta MPN = \Delta QPN$ theo trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn.

Thực hành 4: Tìm các tam giác vuông bằng nhau trong mỗi hình bên (Hình 19).



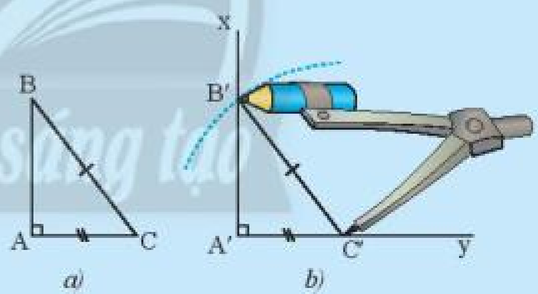
Hình 19

Trường hợp cạnh huyền và một cạnh góc vuông

6 Cho tam giác ABC vuông tại A trong Hình 20a. Vẽ lên tờ giấy tam giác vuông A′B′C′ có cạnh huyền và một cạnh góc vuông bằng với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác ABC như sau:

– Vẽ góc vuông xA′y, trên cạnh A′y vẽ đoạn A′C′ = AC.

– Vẽ cung tròn tâm C′ bán kính bằng BC cắt A′x tại B′.



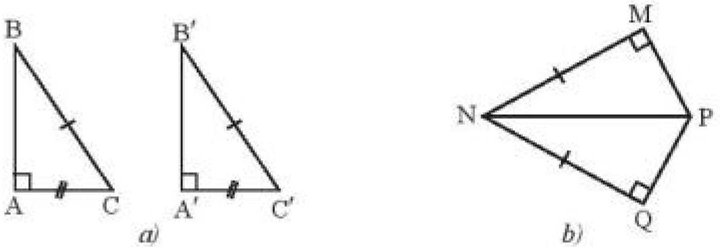
Hình 20

Cắt rời tam giác A′B′C′. Em hãy cho biết có thể đặt chồng khít tam giác này lên tam giác kia hay không.

Người ta chứng minh được hai tam giác vuông còn có thể bằng nhau trong trường hợp sau đây:

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Ví dụ 7: Tìm các cặp tam giác vuông bằng nhau trong Hình 21.



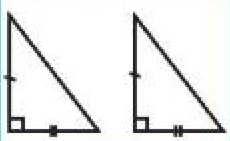
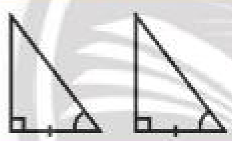
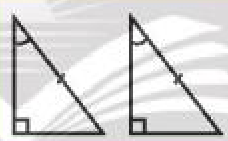
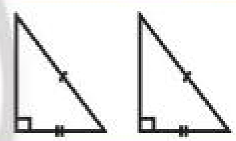
Hình 21

Giải

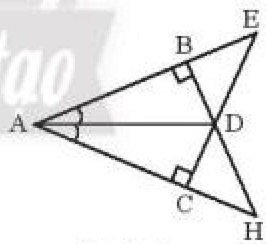
a) Tam giác ABC vuông tại A và tam giác A′B′C′ vuông tại A′ có cạnh huyền bằng nhau (BC = B′C′) và có một cạnh góc vuông bằng nhau (AC = A′C′) nên ΔABC = ΔA′B′C′ theo trường hợp cạnh huyền và một cạnh góc vuông.

b) Tam giác MNP vuông tại M và tam giác QNP vuông tại Q có cạnh huyền NP chung và có một cạnh góc vuông bằng nhau (NM = NQ) nên ΔMNP = ΔQNP theo trường hợp cạnh huyền và một cạnh góc vuông.

Tóm lại, ta có các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông:

Hai cạnh góc vuông	***Một cạnh góc vuông và một góc nhọn***	***Cạnh huyền và một góc nhọn***	***Cạnh huyền và một cạnh góc vuông***
			

Thực hành 3: Hãy chỉ ra các cặp tam giác bằng nhau trong Hình 22 và cho biết chúng bằng nhau theo trường hợp nào.



Hình 22

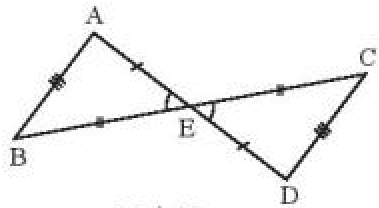
BÀI TẬP

1. Quan sát Hình 23 rồi thay dấu ? bằng tên tam giác thích hợp.

a) ΔABE = Δ ?

b) ΔEAB = Δ ?

c) Δ ? = ΔCDE.



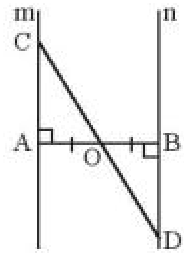
Hình 23

2. Cho ΔDEF = ΔHIK và $\widehat{D} = 73^{o}$, DE = 5 cm, IK = 7 cm. Tính số đo $\widehat{H}$ và độ dài HI, EF.

3. Cho hai tam giác bằng nhau ABC và DEF (các đỉnh chưa viết tương ứng), trong đó $\widehat{A} = \widehat{E}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$. Tìm các cặp cạnh bằng nhau, cặp góc tương ứng bằng nhau còn lại.

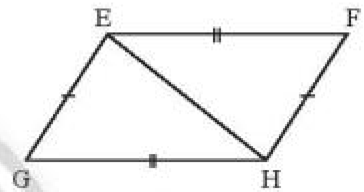
4. Cho biết $\Delta MNP = \Delta DEF$ và MN = 4 cm, MP = 5 cm, EF = 6 cm. Tính chu vi tam giác MNP.

5. Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm. Vẽ hai đường thẳng m và n lần lượt vuông góc với AB tại A và B. Lấy điểm C trên m, CO cắt n tại D (Hình 24). Chứng minh rằng O là trung điểm của CD.



Hình 24

6. Cho Hình 25 có EF = HG, EG = HF.
Chứng minh rằng:
a) $\Delta EFH = \Delta HGE$.
b) EF // HG.

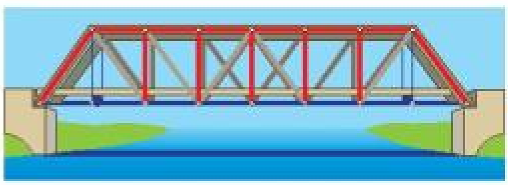


Hình 25

7. Cho tam giác FGH có FG = FH. Lấy điểm I trên cạnh GH sao cho FI là tia phân giác của $\widehat{GFH}$. Chứng minh rằng hai tam giác FIG và FIH bằng nhau.

8. Cho góc xOy. Lấy hai điểm A, B thuộc tia Ox sao cho OA < OB. Lấy hai điểm C, D thuộc tia Oy sao cho OC = OA, OD = OB. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng:
a) AD = BC.
b) $\Delta EAB = \Delta ECD$.
c) OE là tia phân giác của góc xOy.

9. Đặt tên cho một số điểm có trong Hình 26 và chỉ ra ba cặp tam giác bằng nhau trong hình đó.


Hình 26

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được khái niệm hai tam giác bằng nhau.
– Giải thích được các trường hợp bằng nhau của hai tam giác.
– Giải thích được các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông.

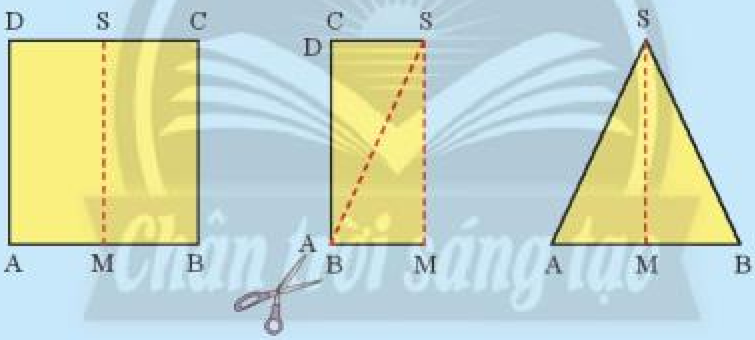
Bài 3

TAM GIÁC CÂN

Em hãy đo rồi so sánh độ dài hai cạnh AB và AC của tam giác ABC có trong hình di tích ga xe lửa Đà Lạt dưới đây.

1. TAM GIÁC CÂN

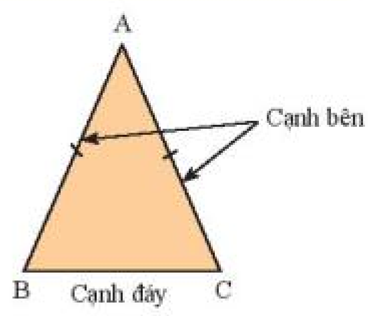
Gấp đôi một tờ giấy hình chữ nhật ABCD theo đường gấp MS. Cắt hình gấp được theo đường chéo AS rồi trải phẳng hình cắt được ra ta có tam giác SAB (Hình 1). Em hãy so sánh hai cạnh SA và SB của tam giác này.



Hình 1

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Tam giác ABC với AB = AC (Hình 2) được gọi là *tam giác cân* tại A. AB, AC là các *cạnh bên*, BC là *cạnh đáy*, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là các *góc ở đáy*, $\widehat{A}$ là *góc ở đỉnh*.



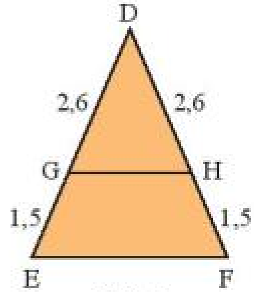
Hình 2

Ví dụ 1: Tìm các tam giác cân trong Hình 3.

Giải

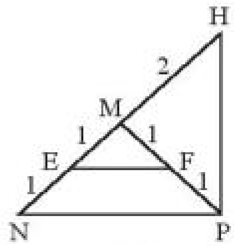
Ta có:

- DG = DH = 2,6, suy ra tam giác DGH cân tại D.
- DE = DF = 1,5 + 2,6 = 4,1, suy ra tam giác DEF cân tại D.



Hình 3

Thực hành 1: Tìm các tam giác cân trong Hình 4. Kể tên các cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đỉnh, góc ở đáy của mỗi tam giác cân đó.



Hình 4

2. TÍNH CHẤT CỦA TAM GIÁC CÂN

Cho tam giác ABC cân tại A (Hình 5). Gọi M là trung điểm cạnh BC. Nối A với M.

Em hãy làm theo gợi ý sau để chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Xét Δ AMB và Δ AMC có:

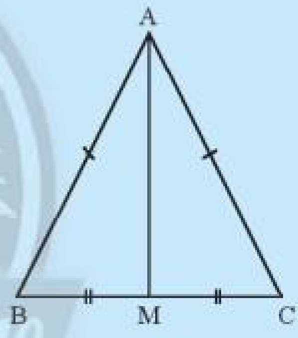
AB = ? (?)

MB = MC (?)

AM là cạnh ?

Vậy ΔAMB = ΔAMC (c.c.c).

Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.



Hình 5

Hoạt động trên là gợi ý chứng minh định lí sau:

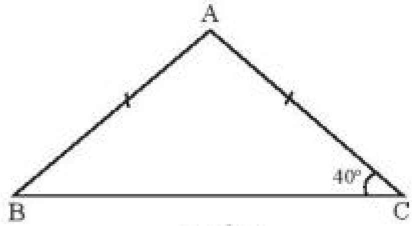
Định lí 1:

Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Ví dụ 2: Tìm số đo góc B của tam giác ABC trong Hình 6.

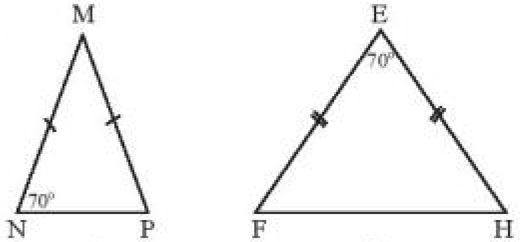
Giải

Tam giác ABC cân tại A, nên có hai góc ở đáy bằng nhau. Vậy ta có: $\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$.



Hình 6

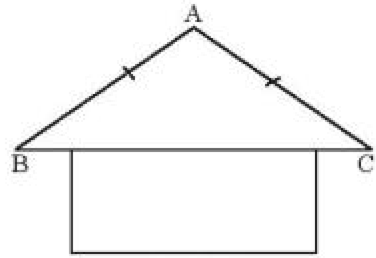
Thực hành 2: Tìm số đo các góc chưa biết của mỗi tam giác trong Hình 7.



a) *b)*

Hình 7

Vận dụng 1: Trong hình mái nhà ở Hình 8, tính góc B và góc C, biết $\widehat{A} = 110°$.



Hình 8

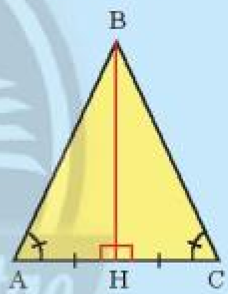
3 Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{C}$. Vẽ đường thẳng đi qua điểm B, vuông góc với AC và cắt AC tại điểm H (Hình 9). Em hãy làm theo gợi ý sau để chứng minh BA = BC.

Xét ΔAHB và ΔCHB cùng vuông tại H, ta có:

BH là cạnh góc vuông ?;

$\widehat{HAB} = \widehat{HCB}$ suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{CBH}$ (?).

Vậy $\Delta AHB = \Delta CHB$. Suy ra BA = BC.



Hình 9

Hoạt động trên là gợi ý để chứng minh định lí sau:

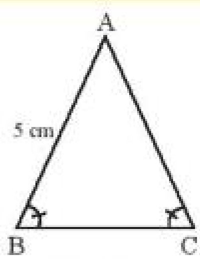
Định lí 2:

Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

Ví dụ 3: Tìm độ dài cạnh AC của tam giác ABC trong Hình 10.

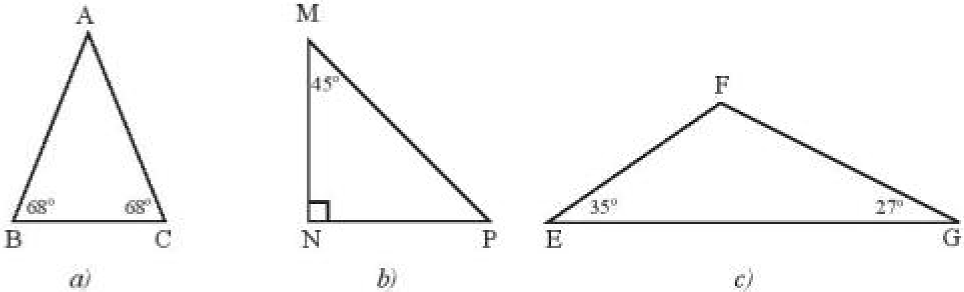
Giải

Tam giác ABC trong Hình 10 có $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ bằng nhau nên tam giác ABC cân tại A, suy ra AC = AB = 5 cm.



Hình 10

Thực hành 3: Tìm các tam giác cân trong Hình 11 và đánh dấu các cạnh bằng nhau.



Hình 11

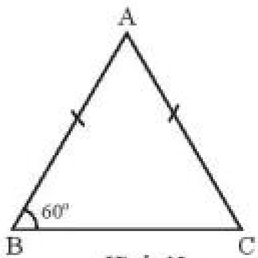
Chú ý:

– *Tam giác đều* là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

– *Tam giác vuông cân* là tam giác vuông và cân.

Vận dụng 2:

Cho tam giác ABC cân tại A có góc B bằng 60°. Chứng minh rằng tam giác ABC đều.



Hình 12

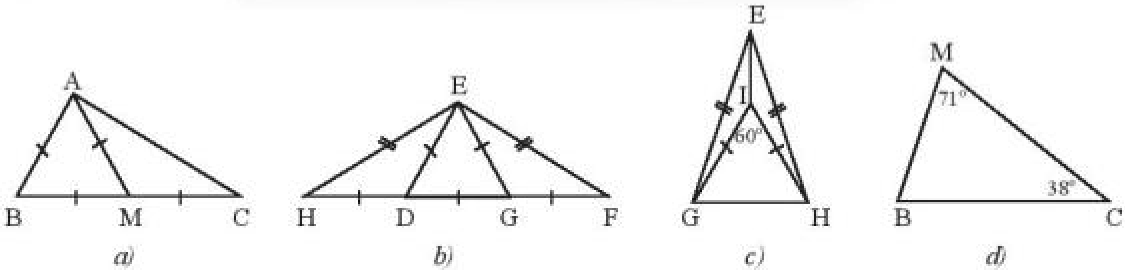
Nhận xét:

– Tam giác cân có một góc bằng 60° là tam giác đều.

– Tam giác cân có một góc ở đáy bằng 45° là tam giác vuông cân.

BÀI TẬP

1. Tìm các tam giác cân và tam giác đều trong mỗi hình sau (Hình 13). Giải thích.



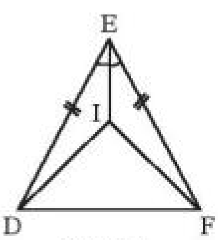
Hình 13

2. Cho Hình 14, biết ED = EF và EI là tia phân giác của $\widehat{DEF}$.

Chứng minh rằng:

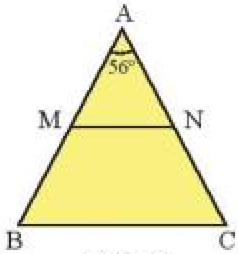
a) $\Delta EID = \Delta EIF$;

b) Tam giác DIF cân.



Hình 14

3. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 56^{\circ}$ (Hình 15).



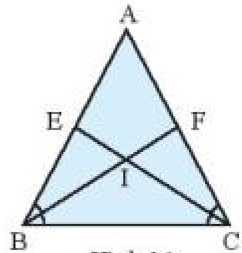
Hình 15

a) Tính $\widehat{B}$, $\widehat{C}$.

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng tam giác AMN cân.

c) Chứng minh rằng MN // BC.

4. Cho tam giác ABC cân tại A (Hình 16). Tia phân giác của góc B cắt AC tại F, tia phân giác của góc C cắt AB tại E.



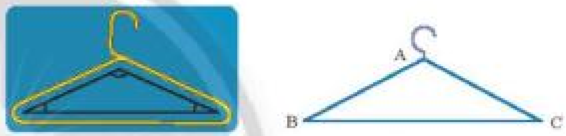
Hình 16

a) Chứng minh rằng $\widehat{ABF} = \widehat{ACE}$.

b) Chứng minh rằng tam giác AEF cân.

c) Gọi I là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng tam giác IBC và tam giác IEF là những tam giác cân.

5. Phần thân của một móc treo quần áo có dạng hình tam giác cân (Hình 17a) được vẽ lại như Hình 17b. Cho biết AB = 20 cm; BC = 28 cm và $\widehat{B} = 35^{\circ}$. Tìm số đo các góc còn lại và chu vi của tam giác ABC.



a) b)

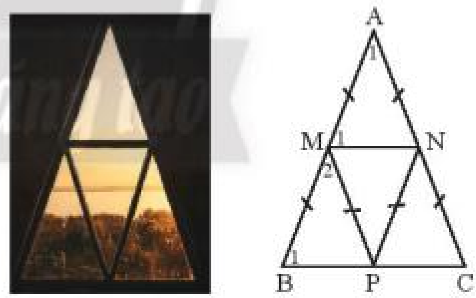
Hình 17

6. Một khung cửa sổ hình tam giác có thiết kế như Hình 18a được vẽ lại như Hình 18b.

a) Cho biết $\widehat{A}_1 = 42^{\circ}$. Tính số đo của $\widehat{M}_1$, $\widehat{B}_1$, $\widehat{M}_2$.

b) Chứng minh MN // BC, MP // AC.

c) Chứng minh bốn tam giác cân AMN, MBP, PMN, NPC bằng nhau.



a) b)

Hình 18

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được tam giác cân.

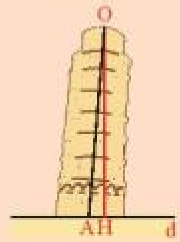
– Giải thích được tính chất của tam giác cân.

– Nhận ra các tam giác cân trong bài toán và trong thực tế.

Bài 4

ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

Dây dọi OH hay trục của tháp nghiêng OA vuông góc với đường thẳng d (biểu diễn mặt đất)?



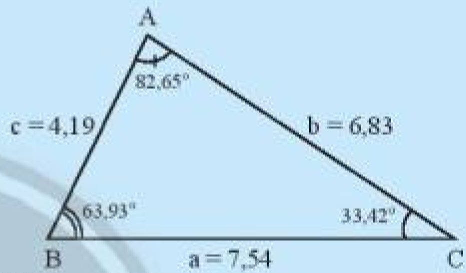
1. QUAN HỆ GIỮA CẠNH VÀ GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

Cho tam giác ABC trong Hình 1.

– Hãy sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn độ dài của ba cạnh a, b, c.

– Hãy sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn độ lớn của ba góc A, B, C là các góc đối diện với ba cạnh a, b, c.

– Nêu nhận xét của em về hai kết quả sắp xếp trên.



Hình 1

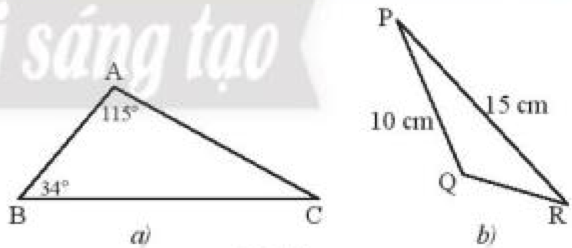
Ta có tính chất sau về mối quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác:

Trong một tam giác, đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn và ngược lại, đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

Ví dụ 1:

a) Tam giác ABC trong Hình 2a có $\widehat{A} > \widehat{B}$ suy ra BC > AC.

b) Tam giác PQR trong Hình 2b có PR > PQ suy ra $\widehat{Q} > \widehat{R}$.

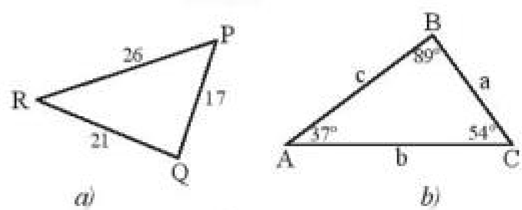


Hình 2

Thực hành 1:

a) Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn số đo các góc của tam giác PQR trong Hình 3a.

b) Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn độ dài các cạnh của tam giác ABC trong Hình 3b.



Hình 3

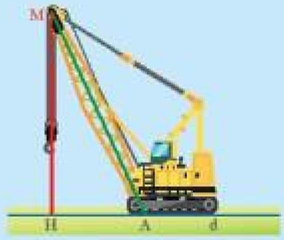
Vận dụng 1:

a) Cho tam giác DEF có góc F là góc tù. Cạnh nào là cạnh có độ dài lớn nhất trong ba cạnh của tam giác DEF?

b) Cho tam giác ABC vuông tại A. Cạnh nào là cạnh có độ dài lớn nhất trong ba cạnh của tam giác ABC?

2. ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

2 Trong hình xe cần cẩu ở Hình 4, ta có đoạn thẳng MA biểu diễn trục cần cẩu, đoạn thẳng MH biểu diễn sợi cáp kéo dài (từ đỉnh tay cẩu đến mặt đất), đường thẳng d biểu diễn mặt đất. Theo em, trong hai đoạn thẳng MA và MH, đoạn nào vuông góc với đường thẳng d?



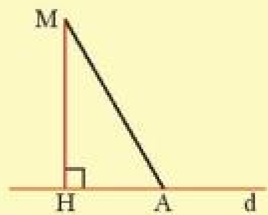
Hình 4

Từ một điểm M không nằm trên đường thẳng d, kẻ một đường thẳng vuông góc với d tại H (Hình 5). Trên d lấy điểm A không trùng với điểm H. Khi đó:

– Đoạn thẳng MH gọi là *đoạn vuông góc* hay *đường vuông góc* kẻ từ điểm M đến đường thẳng d.

– Đoạn thẳng MA gọi là một *đường xiên* kẻ từ điểm M đến đường thẳng d.

– Độ dài đoạn MH được gọi là *khoảng cách* từ điểm M đến đường thẳng d.



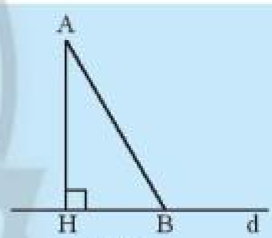
Hình 5

3. MỐI QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

3 Quan sát tam giác vuông AHB ở Hình 6.

a) Hãy cho biết trong hai góc AHB và ABH, góc nào lớn hơn.

b) Từ câu a, hãy giải thích vì sao AB > AH.

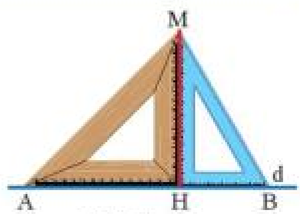


Hình 6

Khi so sánh đường vuông góc và đường xiên, ta có định lí sau:

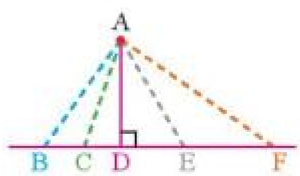
Trong số các đoạn thẳng nối từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến các điểm trên đường thẳng đó, đường vuông góc luôn ngắn hơn tất cả các đường xiên.

Ví dụ 2: Trong Hình 7, MH là đường vuông góc còn MA và MB là các đường xiên kẻ từ điểm M đến đường thẳng d. Ta có MH là đường ngắn nhất trong các đường MH, MA, MB.



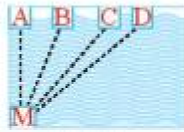
Hình 7

Thực hành 2: Trong Hình 8, tìm đường vuông góc và đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng BF. Trong số các đường này, đường nào ngắn nhất?



Hình 8

Vận dụng 2: Bạn Minh xuất phát từ điểm M bên hồ bơi (Hình 9). Bạn ấy muốn tìm đường ngắn nhất để bơi đến thành hồ đối diện. Theo em, bạn Minh phải bơi theo đường nào?



Hình 9

BÀI TẬP

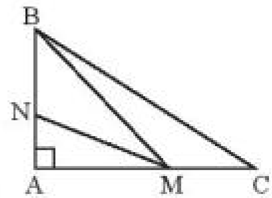
1. a) So sánh các góc của tam giác ABC có AB = 4 cm, BC = 7 cm, AC = 6 cm.

   b) So sánh các cạnh của tam giác ABC có $\widehat{A} = 50^o$, $\widehat{C} = 50^o$.

2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^o$, $\widehat{B} = 40^o$.
   a) Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC.
   b) Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao?

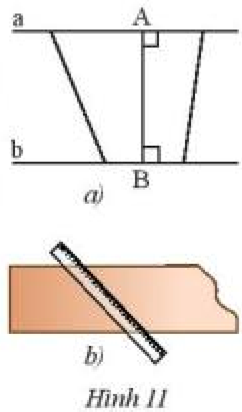
3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} > 45^o$.
   a) So sánh các cạnh của tam giác.
   b) Lấy điểm K bất kì thuộc đoạn thẳng AC. So sánh độ dài BK và BC.

4. Quan sát Hình 10.
   a) Tìm đoạn ngắn nhất trong các đoạn BA, BM, BC.
   b) Tìm đoạn ngắn nhất trong các đoạn MA, MN, MB.
   c) Chứng minh rằng MA < BC.



Hình 10

5. Trong Hình 11a, ta gọi độ dài đoạn thẳng AB là *khoảng cách giữa hai đường thẳng song song* a và b.
   a) Một thanh nẹp gỗ có hai cạnh song song (Hình 11b). Chiều rộng của thanh nẹp gỗ là khoảng cách giữa hai cạnh đó.
   Hãy cho biết có phải chiều rộng của thanh nẹp gỗ là khoảng cách ngắn nhất từ một điểm trên cạnh này đến một điểm trên cạnh kia không.
   b) Muốn đo chiều rộng của thanh nẹp, ta phải đặt thước như thế nào? Tại sao?



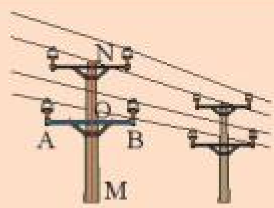
a)
b)
Hình 11

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được khái niệm đường vuông góc và đường xiên.
– Nhận biết được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.
– Giải thích được quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên dựa trên mối quan hệ giữa cạnh và góc đối trong tam giác (đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn và ngược lại).

Bài 5 ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

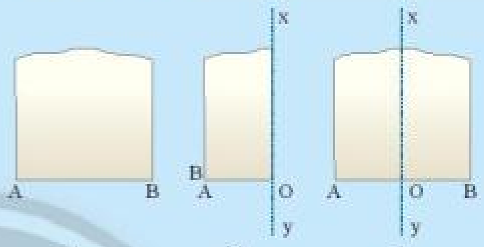
Cột điện MN vuông góc với thanh xà AB tại điểm nào của đoạn thẳng AB?



1. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

1 Lấy một mảnh giấy như trong Hình 1a, gọi một mép cắt là đoạn thẳng AB. Sau đó gấp mảnh giấy sao cho điểm A trùng với điểm B (Hình 1b).

Theo em nếp gấp xy có vuông góc với đoạn AB tại trung điểm hay không? Tại sao?

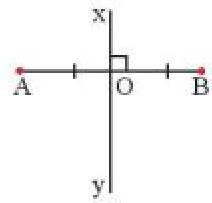


a) b) c)

Hình 1

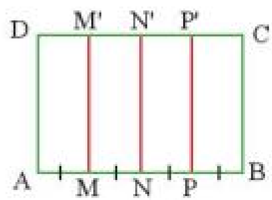
Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là *đường trung trực* của đoạn thẳng ấy.

Ví dụ 1: Trong Hình 2, đường thẳng xy là đường trung trực của đoạn thẳng AB vì xy vuông góc với AB tại trung điểm O của AB.



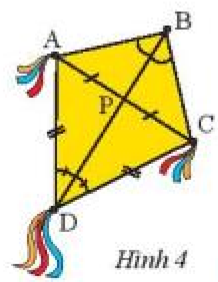
Hình 2

Thực hành 1: Cho hình chữ nhật ABCD, trên cạnh AB lấy các điểm M, N, P và trên cạnh DC lấy các điểm M′, N′, P′. Cho biết AM = MN = NP = PB và MM′, NN′, PP′ đều song song với BC (Hình 3). Tìm đường trung trực của mỗi đoạn thẳng AB, AN và NB.



Hình 3

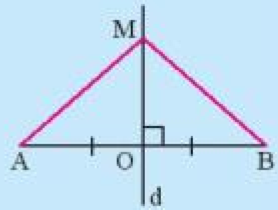
Vận dụng 1: Trong Hình 4, hãy cho biết BD có là đường trung trực của đoạn thẳng AC hay không. Tại sao?



Hình 4

2. TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC

Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm và d là đường trung trực. Lấy điểm M tuỳ ý thuộc d (Hình 5). Chứng minh rằng hai tam giác MOA và MOB bằng nhau, từ đó suy ra MA = MB.



Hình 5

Trên đây là gợi ý chứng minh tính chất sau của đường trung trực:

Định lí 1:

Điểm nằm trên trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

Đảo lại, ta cũng có định lí:

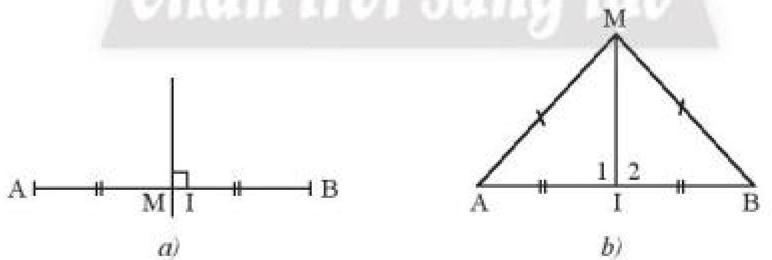
Định lí 2:

Điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Chứng minh định lí 2

Gọi M là một điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng AB. Ta sẽ chứng minh M nằm trên trung trực của đoạn AB (Hình 6).

GT	MA = MB
KL	M nằm trên đường trung trực của đoạn AB



Hình 6

Xét hai trường hợp

• $M \in AB$ (Hình 6a): Vì MA = MB nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB, do đó M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB.

• $M \notin AB$ (Hình 6b): Kẻ đoạn thẳng nối M với trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ta có $\Delta MAI = \Delta MBI$ (c.c.c), suy ra $\hat{I}_1 = \hat{I}_2$. Mặt khác $\hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 180^\circ$ nên $\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = 90^\circ$. Vậy MI là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

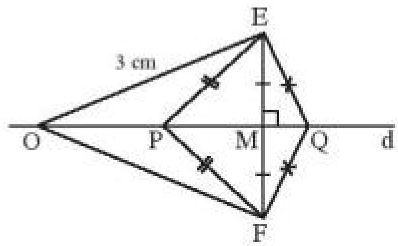
Ví dụ 2: Cho điểm O nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng EF và OE = 3 cm.

a) Tìm OF.

b) Cho hai điểm P, Q thoả mãn PE = PF và QE = QF. Chứng minh ba điểm O, P, Q thẳng hàng.

Giải

GT	O nằm trên đường trung trực d của đoạn thẳng EF OE = 3 cm; PE = PF; QE = QF
KL	a) Tìm OF b) O, P, Q thẳng hàng

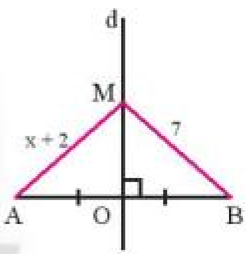


Hình 7

a) Vì điểm O nằm trên đường trung trực d của đoạn thẳng EF nên ta có OE = OF. Vậy OF = 3 cm.

b) Hai điểm P và Q cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng EF nên cùng nằm trên đường trung trực d của đoạn thẳng EF, suy ra ba điểm O, P, Q thẳng hàng.

Thực hành 2: Trong Hình 8, cho biết d là đường trung trực của đoạn thẳng AB, điểm M thuộc đường thẳng d, MA = x + 2 và MB = 7. Tính x.

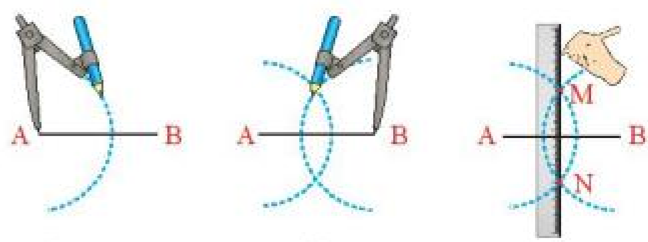


Hình 8

Vận dụng 2: Dựng đường trung trực của đoạn thẳng AB bằng thước thẳng và compa theo hướng dẫn sau:

- Lấy A làm tâm vẽ cung tròn bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}$AB (Hình 9a).
- Lấy B làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng bán kính ở trên (Hình 9b).
- Hai cung tròn này cắt nhau tại M và N (Hình 9c). Dùng thước vẽ đường thẳng MN.

Hãy chứng minh đường thẳng MN chính là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



a) *b)* *c)*

Hình 9

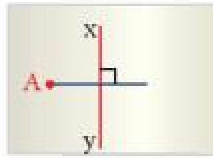
Chú ý:

– Khi vẽ hai cung tròn trên, ta phải lấy bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}$AB thì hai cung tròn đó mới có hai điểm chung.

– Giao điểm của đường thẳng MN với đoạn thẳng AB là trung điểm của đoạn thẳng AB nên cách vẽ trên cũng là cách dựng trung điểm của đoạn thẳng bằng thước và compa.

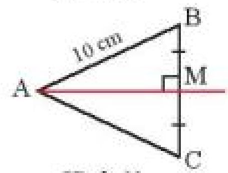
BÀI TẬP

1. Hình 10 minh hoạ một tờ giấy có hình vẽ đường trung trực xy của đoạn thẳng AB mà hình ảnh điểm B bị nhoè mất. Hãy nêu cách xác định điểm B.



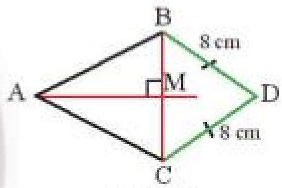
Hình 10

2. Quan sát Hình 11, cho biết M là trung điểm của BC, AM vuông góc với BC và AB = 10 cm. Tính AC.



Hình 11

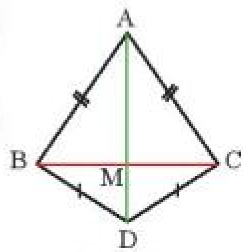
3. Quan sát Hình 12, cho biết AM là đường trung trực của đoạn thẳng BC và DB = DC = 8 cm. Chứng minh rằng ba điểm A, M, D thẳng hàng.



Hình 12

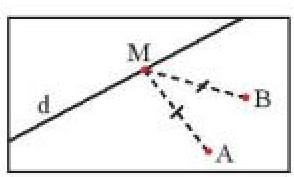
4. Quan sát Hình 13, biết AB = AC, DB = DC. Chứng minh rằng M là trung điểm của BC.

5. Cho hai điểm M và N nằm trên đường trung trực d của đoạn thẳng EF.
Chứng minh rằng ΔEMN = ΔFMN.



Hình 13

6. Trên bản đồ quy hoạch một khu dân cư có một con đường d và hai điểm dân cư A và B (Hình 14). Hãy tìm bên đường một địa điểm M để xây dựng một trạm y tế sao cho trạm y tế cách đều hai điểm dân cư.



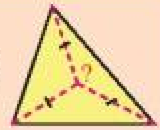
Hình 14

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được đường trung trực của một đoạn thẳng.
– Vẽ được đường trung trực của một đoạn thẳng bằng dụng cụ học tập.
– Nhận biết được tính chất cơ bản của đường trung trực.

Bài 6 TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

Điểm nào cách đều ba đỉnh của một tam giác?

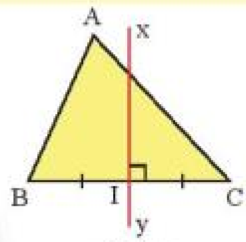


1. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

1 Cho tam giác ABC, em hãy dùng thước kẻ và compa vẽ đường trung trực xy của cạnh BC.

Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác đó.

Ví dụ: Trong Hình 1, xy là đường trung trực ứng với cạnh BC của tam giác ABC.



Hình 1

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường trung trực.

Thực hành 1: Cho tam giác nhọn ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Vẽ ba đường trung trực của tam giác ABC.

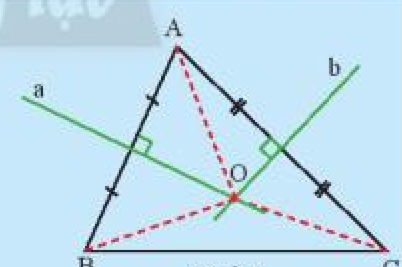
Vận dụng 1: Vẽ ba đường trung trực của tam giác ABC vuông tại A.

2. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

2 Gọi O là giao điểm của hai đường trung trực ứng với cạnh AB, AC của tam giác ABC (Hình 2).

– Hãy so sánh độ dài của ba đoạn thẳng OA, OB, OC.

– Theo em, đường trung trực ứng với cạnh BC có đi qua điểm O hay không?



Hình 2

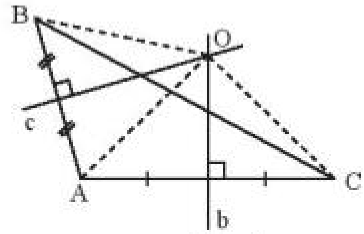
Ta có định lí sau:

Định lí:

Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

Gọi O là giao điểm của hai đường trung trực ứng với cạnh AB và AC của tam giác ABC. Ta sẽ chứng minh O cũng nằm trên đường trung trực ứng với cạnh BC và OA = OB = OC (Hình 3).

GT	ΔABC b là đường trung trực của AC c là đường trung trực của AB b và c cắt nhau tại O
KL	O nằm trên đường trung trực của BC $OA = OB = OC$



Hình 3

Chứng minh

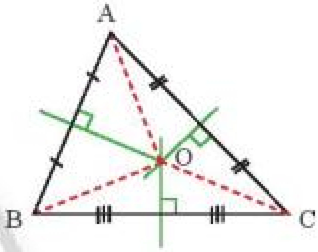
Vì O nằm trên đường trung trực b của đoạn thẳng AC nên $OA = OC$. (1)

Vì O nằm trên đường trung trực c của đoạn thẳng AB nên $OA = OB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $OB = OC$ (= OA), do đó điểm O nằm trên đường trung trực của cạnh BC (theo tính chất của đường trung trực).

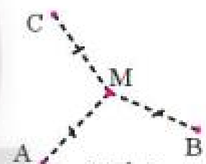
Vậy ba đường trung trực của tam giác ABC cùng đi qua điểm O hay ta còn nói ba đường trung trực của tam giác ABC đồng quy tại O và ta có: $OA = OB = OC$.

Thực hành 2: Gọi O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC (Hình 4). Hãy dùng compa vẽ đường tròn tâm O bán kính OA và cho biết đường tròn này có đi qua hai điểm B và C hay không.



Hình 4

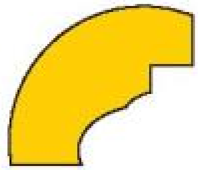
Vận dụng 2: Trên bản đồ quy hoạch một khu dân cư có ba điểm dân cư A, B, C (Hình 5). Tìm địa điểm M để xây một trường học sao cho trường học này cách đều ba điểm dân cư đó.



Hình 5

BÀI TẬP

1. Vẽ ba tam giác nhọn, vuông, tù.
   a) Xác định điểm O cách đều ba đỉnh của mỗi tam giác.
   b) Nêu nhận xét của em về vị trí của điểm O trong mỗi trường hợp.
2. Cho tam giác nhọn ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA và cho O là điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC. Chứng minh rằng MO vuông góc với AB, NO vuông góc với BC và PO vuông góc với AC.
3. Người ta muốn phục chế lại một đĩa cổ hình tròn bị vỡ chỉ còn lại một mảnh (Hình 6). Làm thế nào để xác định được bán kính của đĩa cổ này?


Hình 6

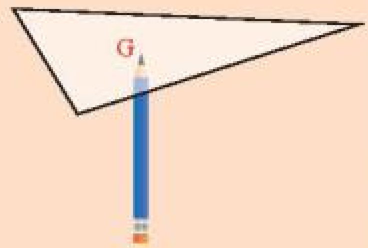
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được các đường trung trực trong tam giác.
– Nhận biết được sự đồng quy của ba đường trung trực của tam giác.

Bài 7

TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

Đặt đầu bút chì ở điểm nào của tam giác thì ta có thể giữ tấm bìa thăng bằng?



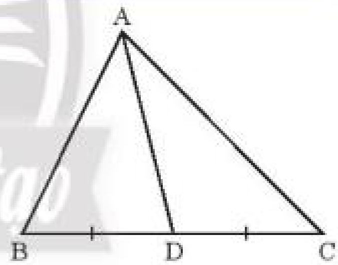
1. ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

1 Vẽ tam giác ABC, xác định trung điểm D của cạnh BC và vẽ đoạn thẳng nối hai điểm A và D.

Đường trung tuyến của tam giác là đoạn thẳng nối một đỉnh của tam giác với trung điểm cạnh đối diện.

Ví dụ: Trong Hình 1, đoạn thẳng AD được gọi là *đường trung tuyến* (xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC) của tam giác ABC. Đường thẳng AD cũng được gọi là *đường trung tuyến* của tam giác ABC.

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.



Hình 1

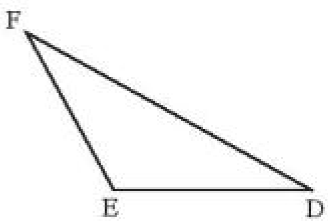
Thực hành 1: Em hãy vẽ tiếp các đường trung tuyến còn lại của tam giác ABC (Hình 1).

Vận dụng 1:

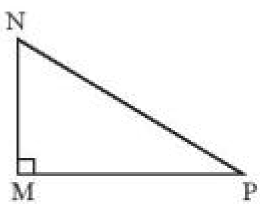
a) Vẽ đường trung tuyến DH của tam giác DEF (Hình 2).

b) Vẽ đường trung tuyến MK của tam giác vuông MNP (Hình 3).

c) Vẽ tam giác nhọn IJK và tất cả các đường trung tuyến của nó.



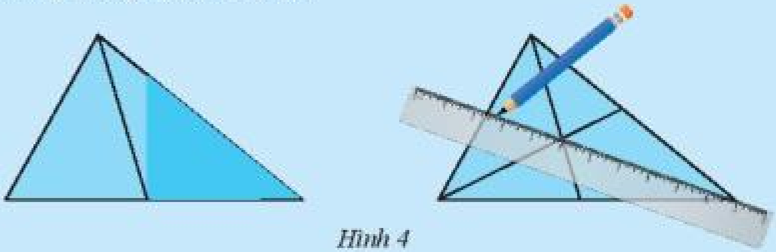
Hình 2



Hình 3

2. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

a) Cắt một tam giác bằng giấy. Gấp lại để xác định trung điểm một cạnh của nó. Kẻ đoạn thẳng nối trung điểm này với đỉnh đối diện (Hình 4). Bằng cách tương tự, hãy vẽ tiếp hai đường trung tuyến còn lại.



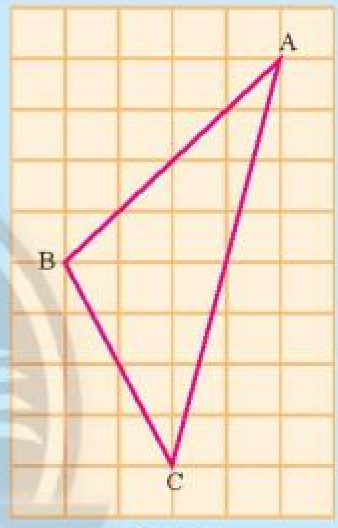
Hình 4

Quan sát tam giác trên hình, em thấy ba đường trung tuyến vừa vẽ có cùng đi qua một điểm hay không?

b) Em hãy đếm ô rồi vẽ lại tam giác ABC trong Hình 5 vào giấy kẻ ô vuông. Vẽ hai đường trung tuyến BE và CF của tam giác ABC. Hai đường trung tuyến này cắt nhau tại G. Tia AG cắt BC tại D.

Em hãy quan sát và cho biết:

- AD có phải là đường trung tuyến của tam giác ABC không?
- Các tỉ số $\frac{BG}{BE}$, $\frac{CG}{CF}$, $\frac{AG}{AD}$ bằng bao nhiêu?



Hình 5

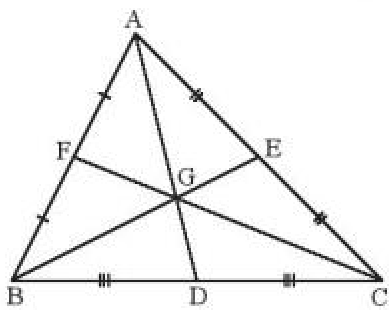
Ta thừa nhận tính chất sau đây:

Định lí:

Ba đường trung tuyến của một tam giác cắt nhau tại một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Trong tam giác ABC (Hình 6), các đường trung tuyến AD, BE, CF cùng đi qua điểm G (hay còn gọi là đồng quy tại điểm G).
Điểm G gọi là *trọng tâm* của tam giác ABC.

Ta có: $\frac{AG}{AD} = \frac{BG}{BE} = \frac{CG}{CF} = \frac{2}{3}$.

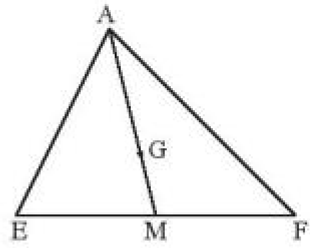


Hình 6

Thực hành 2: Trong Hình 7, G là trọng tâm của tam giác AEF với đường trung tuyến AM.

Hãy tính các tỉ số:

a) $\dfrac{GM}{AM}$; b) $\dfrac{GM}{AG}$; c) $\dfrac{AG}{GM}$.



Hình 7

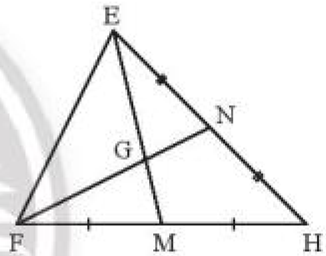
Vận dụng 2: Cho tam giác ABC có O là trung điểm của BC, trên tia đối của tia OA, lấy điểm D sao cho OA = OD. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và DBC. Chứng minh rằng AI = IJ = JD.

BÀI TẬP

1. Quan sát Hình 8. Tìm số thích hợp để ghi vào chỗ chấm trong các đẳng thức sau:

EG = . . . EM; GM = . . . EM; GM = . . . EG;

FG = . . . GN; FN = . . . GN; FN = . . . FG.

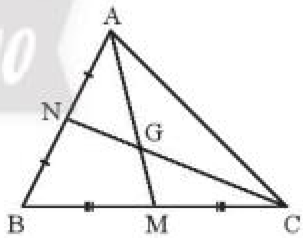


Hình 8

2. Quan sát Hình 9.

a) Biết AM = 15 cm, tính AG.

b) Biết GN = 6 cm, tính CN.



Hình 9

3. Cho tam giác ABC. Hai đường trung tuyến AM và CN cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia AM lấy điểm E sao cho ME = MG.

a) Chứng minh rằng BG song song với EC.

b) Gọi I là trung điểm của BE, AI cắt BG tại F. Chứng minh rằng AF = 2FI.

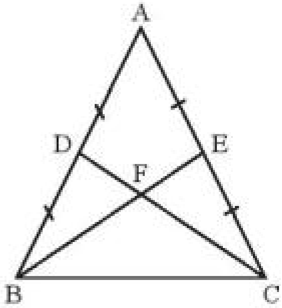
4. Cho tam giác ABC cân tại A có BM và CN là hai đường trung tuyến.

a) Chứng minh rằng BM = CN.

b) Gọi I là giao điểm của BM và CN, đường thẳng AI cắt BC tại H. Chứng minh H là trung điểm của BC.

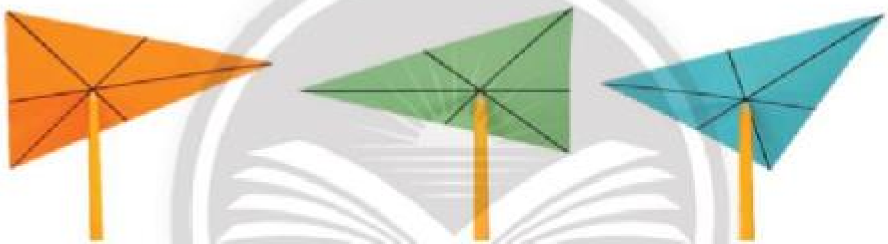
5. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến BM bằng đường trung tuyến CN. Chứng minh rằng tam giác ABC cân.

6. Cho tam giác ABC cân tại A có BE và CD là hai đường trung tuyến cắt nhau tại F (Hình 10) . Biết BE = 9 cm, tính độ dài đoạn thẳng DF.



Hình 10

Em có biết?



Lấy một miếng bìa hình tam giác, vẽ hai trung tuyến cắt nhau tại G. Đặt đầu nhọn của chiếc bút chì vào điểm G, ta sẽ thấy miếng bìa cân bằng trên giá đỡ và thậm chí có thể xoay như chong chóng. Điều này cho ta suy nghĩ rằng trọng lượng của tờ giấy đặt toàn bộ vào điểm G. Đó là lí do điểm G được gọi là trọng tâm của tam giác.

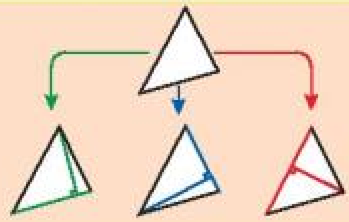
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được các đường trung tuyến của tam giác.

– Nhận biết được sự đồng quy của ba đường trung tuyến tại trọng tâm của tam giác.

Bài 8 TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

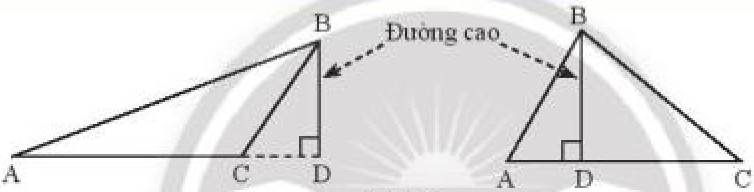
Làm thế nào để tính khoảng cách từ mỗi đỉnh đến cạnh đối diện của một tam giác?



1. ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

1 Em hãy dựng một tam giác ABC trên giấy, sau đó dùng êke vẽ đoạn thẳng vuông góc từ đỉnh B đến cạnh đối diện AC của tam giác.

Đoạn thẳng vuông góc kẻ từ một đỉnh của một tam giác đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là *đường cao* của tam giác đó.



Hình 1

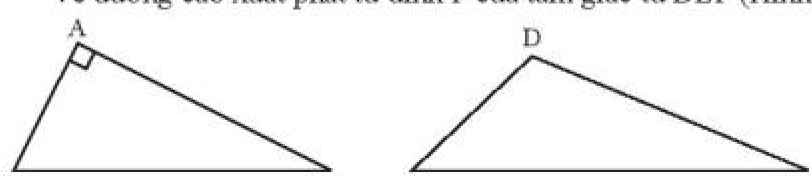
Ví dụ 1: Trong Hình 1, đoạn thẳng BD là đường cao của tam giác ABC.

Đôi khi ta còn nói đường thẳng BD là đường cao của tam giác ABC.

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường cao.

Thực hành 1: Vẽ ba đường cao AH, BK, CE của tam giác nhọn ABC.

Vận dụng 1: Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác vuông ABC (Hình 2a).
Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh F của tam giác tù DEF (Hình 2b).

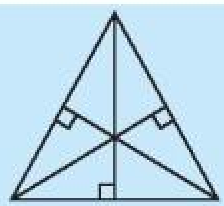


a) *b)*

Hình 2

2. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

2 Vẽ một tam giác rồi dùng êke vẽ ba đường cao của tam giác ấy (Hình 3). Em hãy quan sát và cho biết các đường cao vừa vẽ có cùng đi qua một điểm hay không.



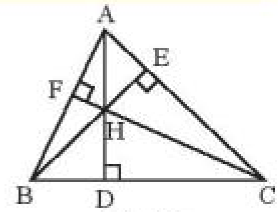
Hình 3

Ta thừa nhận tính chất sau đây:

Định lí:

Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm.

Ví dụ 2: Trong Hình 4, ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cùng đi qua điểm H.



Hình 4

Chú ý:

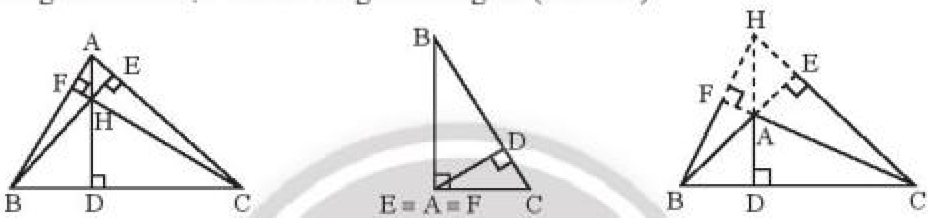
– Ta còn nói ba đường cao AD, BE, CF *đồng quy* tại H.

Điểm H được gọi là *trực tâm* của tam giác ABC.

– Tam giác nhọn có trực tâm nằm bên trong tam giác (Hình 5a).

– Tam giác vuông có trực tâm trùng với đỉnh góc vuông (Hình 5b).

– Tam giác tù có trực tâm nằm ngoài tam giác (Hình 5c).

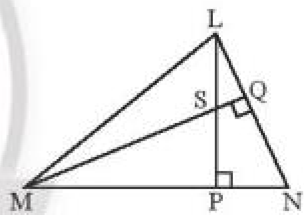


a) b) c)

Hình 5

Thực hành 2: Cho tam giác LMN có hai đường cao LP và MQ cắt nhau tại S (Hình 6). Chứng minh rằng NS vuông góc với ML.

Vận dụng 2: Cho tam giác ABC có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại trực tâm H. Tìm trực tâm của các tam giác HBC, HAB, HAC.



Hình 6

BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm H thuộc cạnh AB. Vẽ HM vuông góc với BC tại M. Tia MH cắt tia CA tại N. Chứng minh rằng CH vuông góc với NB.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên tia BA lấy điểm M sao cho BM = BC. Tia phân giác của góc B cắt AC tại H. Chứng minh rằng MH vuông góc với BC.

3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Lấy điểm E thuộc cạnh AC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = AE. Chứng minh rằng:

   a) DE vuông góc với BC; b) BE vuông góc với DC.

4. Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF. Biết AD = BE = CF. Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

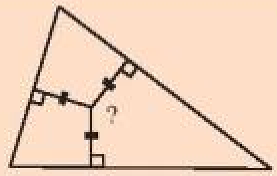
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được các đường cao của tam giác.

– Nhận biết được sự đồng quy của ba đường cao tại trực tâm của tam giác.

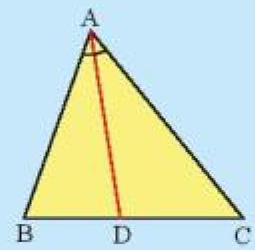
Bài 9 TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

Điểm nào bên trong mảnh đất hình tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác?



1. ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

1 Vẽ và cắt hình tam giác ABC rồi gấp hình sao cho cạnh AB trùng với cạnh AC ta được nếp gấp AD (Hình 1). Đoạn thẳng AD nằm trên tia phân giác của góc nào của tam giác ABC?

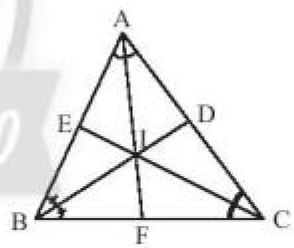


Hình 1

Cho tam giác ABC, tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D. Khi đó đoạn thẳng AD được gọi là *đường phân giác* (của góc A) của tam giác ABC.

Chú ý: Người ta cũng có thể gọi đường thẳng AD là đường phân giác của tam giác ABC.

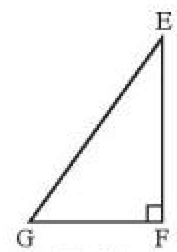
Ví dụ 1: Trong Hình 2 các đoạn thẳng AF, BD và CE là các đường phân giác của tam giác ABC.



Hình 2

Chú ý: Mỗi tam giác có ba đường phân giác.

Thực hành: Trong Hình 3, hãy vẽ các đường phân giác GM, EN và FP của tam giác EFG.



Hình 3

Vận dụng 1: Cho M là một điểm nằm trên đường phân giác AD của tam giác ABC. Gọi MH và MK là hai đoạn vuông góc lần lượt vẽ từ M đến AB và AC.

a) Chứng minh rằng hai tam giác MAH và MAK bằng nhau.

b) Chứng minh rằng điểm M cách đều hai cạnh AB và AC.

2. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

2 Vẽ một tam giác trên giấy. Cắt rời tam giác ra khỏi tờ giấy rồi gấp hình tam giác đó để xác định ba đường phân giác của tam giác (Hình 4). Em hãy quan sát và nhận xét xem ba đường phân giác có cùng đi qua một điểm không.

Hình 4

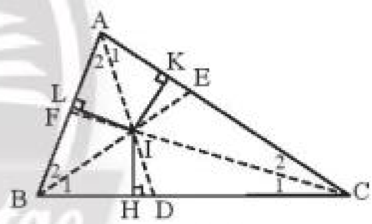
Ta có tính chất sau:

Định lí:

Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác.

Gọi I là giao điểm của hai đường phân giác BE và CF của tam giác ABC. Ta sẽ chứng minh AI là tia phân giác của góc A và I cách đều ba cạnh của tam giác ABC (Hình 5).

GT	BE và CF là 2 đường phân giác của ΔABC BE cắt CF tại I $IH \perp BC$, $IK \perp AC$, $IL \perp AB$
KL	AI là tia phân giác của $\widehat{A}$ $IH = IK = IL$



Hình 5

Chứng minh

Do I nằm trên tia phân giác BE của góc B nên $\Delta IBH = \Delta IBL$ ($\widehat{IHB} = \widehat{ILB} = 90^o$; IB là cạnh chung; $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$), suy ra $IH = IL$. (1)

Do I nằm trên tia phân giác CF của góc C nên $\Delta ICH = \Delta ICK$ ($\widehat{IHC} = \widehat{IKC} = 90^o$; IC là cạnh chung; $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$), suy ra $IH = IK$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $IH = IL = IK$.

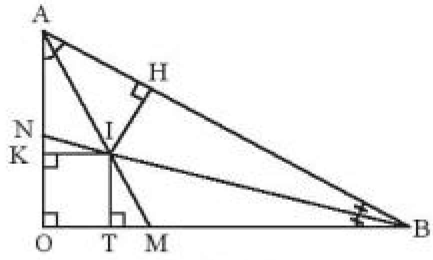
$\Delta IAK = \Delta IAL$ ($\widehat{IKA} = \widehat{ILA} = 90^o$; IA là cạnh chung; $IK = IL$), suy ra $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ nên AI là phân giác của góc A.

Vậy ba đường phân giác của tam giác ABC cùng đi qua điểm I và điểm này cách đều ba cạnh của tam giác, nghĩa là $IH = IK = IL$.

Ví dụ 2: Cho tam giác AOB vuông tại O. Hai đường phân giác AM và BN cắt nhau tại I. Gọi H, K, T lần lượt là chân đường vuông góc vẽ từ I đến các cạnh AB, OA và OB (Hình 6). Cho biết IH = 3 cm.

a) Tính số đo $\widehat{IOA}$.

b) Tính độ dài IK và IT.



Hình 6

Giải

a) Do ba đường phân giác của tam giác OAB đồng quy nên ta có OI cũng là đường phân giác của góc O, suy ra $\widehat{IOA} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.

b) Do giao điểm I của ba đường phân giác cách đều ba cạnh của tam giác OAB nên ta có:

IK = IT = IH = 3 cm.

Vận dụng 2: Một nông trại nằm trên mảnh đất hình tam giác có ba cạnh tường rào tiếp giáp với ba con đường (Hình 7). Hỏi phải đặt trạm quan sát ở đâu để nó cách đều ba cạnh tường rào?

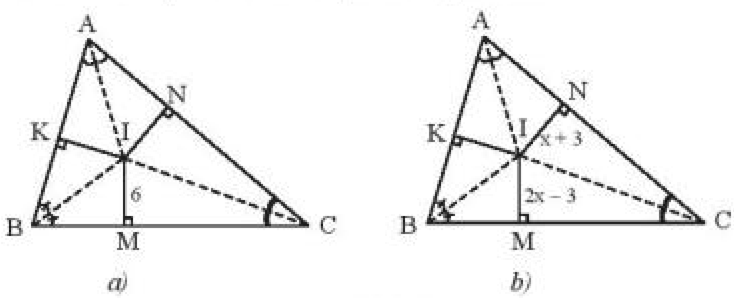

Hình 7

BÀI TẬP

1. Trong Hình 8, I là giao điểm ba đường phân giác của tam giác ABC.

a) Cho biết IM = 6 (Hình 8a). Tính IK và IN.

b) Cho biết IN = x + 3, IM = 2x − 3 (Hình 8b). Tìm x.



Hình 8

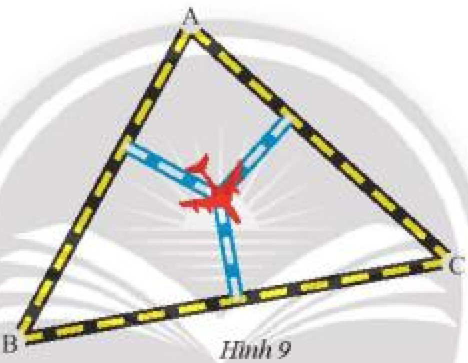
2. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc B cắt AM tại I. Chứng minh rằng CI là tia phân giác của góc C.

3. Cho tam giác ABC cân tại A. Tia phân giác của các góc B và C cắt nhau tại M. Tia AM cắt BC tại H. Chứng minh rằng H là trung điểm của BC.

4. Cho tam giác DEF. Tia phân giác của góc D và E cắt nhau tại I. Qua I kẻ đường thẳng song song với EF, đường thẳng này cắt DE tại M, cắt DF tại N. Chứng minh rằng ME + NF = MN.

5. Cho tam giác AMN vuông tại A. Tia phân giác của góc M và N cắt nhau tại I. Tia MI cắt AN tại R. Kẻ RT vuông góc với AI tại T. Chứng minh rằng AT = RT.

6. Ba thành phố A, B, C được nối với nhau bởi ba xa lộ (Hình 9). Người ta muốn tìm một địa điểm để làm một sân bay sao cho địa điểm này phải cách đều ba xa lộ đó.
Hãy xác định vị trí của sân bay thoả mãn điều kiện trên và giải thích cách thực hiện.



Hình 9

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được các đường phân giác của tam giác.

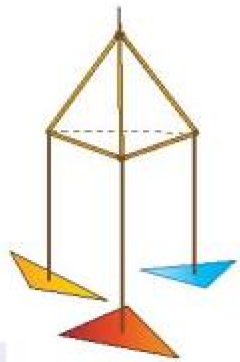
– Nhận biết được sự đồng quy của ba đường phân giác của tam giác.

Bài 10

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

LÀM GIÀN HOA TAM GIÁC ĐỂ TRANG TRÍ LỚP HỌC

MỤC TIÊU



Vận dụng các kiến thức đã học về tam giác để làm ra các sản phẩm đẹp mắt vừa giúp trang trí lớp vừa hỗ trợ ôn tập Toán.

CHUẨN BỊ

Các tấm bìa thủ công nhiều màu sắc, kéo, bút chì, thước, kim, chỉ, đũa tre và sách giáo khoa Toán 7, tập hai.

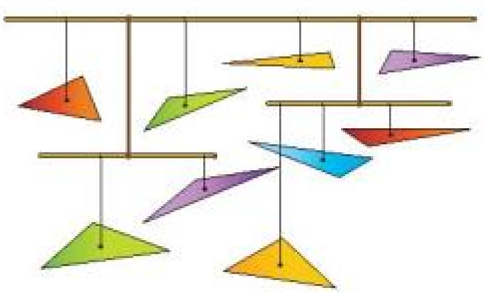
TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

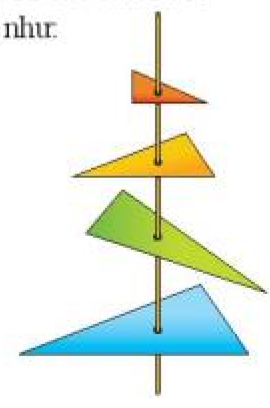
1. Chia học sinh thành các nhóm (khoảng 3 đến 5 học sinh).
2. Mỗi nhóm phân công vẽ các loại tam giác khác nhau trên các tấm bìa rồi cắt rời các tam giác đó ra.
3. Xác định trọng tâm của mỗi tam giác.
4. Dùng kim để đính các sợi chỉ tại trọng tâm mỗi tam giác.
5. Treo từng tam giác lên chiếc đũa tre để tạo thành chùm hoa tam giác.
6. Mỗi nhóm lên trước bục để giới thiệu các loại hoa tam giác trong sản phẩm của nhóm.
7. Giáo viên nhận xét và đánh giá.

Chú ý:

a) Lớp trưởng có thể dùng một thanh gỗ dài để ghép các sản phẩm của mỗi nhóm thành giàn hoa tam giác của cả lớp.

b) Các bạn có thể sáng tạo ra các cách treo hoa khác nhau, chẳng hạn như.





BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

1. Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90^o$). Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $\Delta BEC = \Delta CFB$.

b) Chứng minh rằng $\Delta AHF = \Delta AHE$.

c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm A, H, I thẳng hàng.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A, vẽ đường cao AH. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho H là trung điểm của AM.

a) Chứng minh rằng tam giác ABM cân.

b) Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta MBC$.

3. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC), vẽ đường cao AH. Trên tia đối của tia HC lấy điểm D sao cho HD = HC.

a) Chứng minh rằng AC = AD.

b) Chứng minh rằng $\widehat{ADB} = \widehat{BAH}$.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Trên cạnh BC lấy điểm N sao cho BA = BN. Kẻ $BE \perp AN$ ($E \in AN$).

a) Chứng minh rằng BE là tia phân giác của góc ABN.

b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Gọi K là giao điểm của AH với BE. Chứng minh rằng NK // CA.

c) Đường thẳng BK cắt AC tại F. Gọi G là giao điểm của đường thẳng AB với NF. Chứng minh rằng tam giác GBC cân.

5. Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC), vẽ đường cao AH. Đường trung trực của cạnh BC cắt AC tại M, cắt BC tại N.

a) Chứng minh rằng $\widehat{BMN} = \widehat{HAC}$.

b) Kẻ $MI \perp AH$ ($I \in AH$), gọi K là giao điểm của AH với BM. Chứng minh rằng I là trung điểm của AK.

6. Cho tam giác nhọn MNP. Các trung tuyến ME và NF cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia FN lấy điểm D sao cho FD = FN.

a) Chứng minh rằng $\Delta MFN = \Delta PFD$.

b) Trên đoạn thẳng FD lấy điểm H sao cho F là trung điểm của GH. Gọi K là trung điểm của DP. Chứng minh rằng ba điểm M, H, K thẳng hàng.

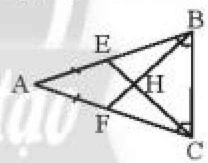
7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \frac{1}{2}AC$, AD là tia phân giác $\widehat{BAC}$ ($D \in BC$). Gọi E là trung điểm của AC.

a) Chứng minh rằng DE = DB.

b) AB cắt DE tại K. Chứng minh rằng tam giác DCK cân và B là trung điểm của đoạn thẳng AK.

c) AD cắt CK tại H. Chứng minh rằng $AH \perp KC$.

8. Ở Hình 1, cho biết AE = AF và $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$. Chứng minh rằng AH là đường trung trực của BC.



Hình 1

9. Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc C cắt AB ở M. Từ B kẻ BH vuông góc với đường thẳng CM ($H \in CM$). Trên tia đối của tia HC lấy điểm E sao cho HE = HM.

a) Chứng minh rằng tam giác MBE cân.

b) Chứng minh rằng $\widehat{EBH} = \widehat{ACM}$.

c) Chứng minh rằng $EB \perp BC$.

10. Trên đường thẳng a lấy ba điểm phân biệt I, J, K (J ở giữa I và K). Kẻ đường thẳng b vuông góc với a tại J, trên b lấy điểm M khác điểm J. Đường thẳng qua I vuông góc với MK cắt b tại N. Chứng minh rằng KN vuông góc với MI.

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 9 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

Trong chương này, chúng ta sẽ làm quen với khái niệm biến cố ngẫu nhiên và xác suất của biến cố ngẫu nhiên trong một số trò chơi đơn giản như tung đồng xu, gieo xúc xắc hay lấy vật từ trong hộp.

Trong trò chơi cờ cá ngựa, khả năng gieo xúc xắc được mặt 6 chấm là bao nhiêu?

Bài 1 LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

Trước mỗi trận đấu, trọng tài thường tung đồng xu để quyết định xem đội nào sẽ được chọn sân. Em có thể đoán trước được đội nào sẽ chọn sân hay không?

1. BIẾN CỐ

Tung ngẫu nhiên hai đồng xu cân đối. Trong các sự kiện sau, sự kiện nào không thể xảy ra, sự kiện nào chắc chắn xảy ra?

A: "Số đồng xu xuất hiện mặt sấp không vượt quá 2";

B: "Số đồng xu xuất hiện mặt sấp gấp 2 lần số đồng xu xuất hiện mặt ngửa";

C: "Có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt sấp".

Ta thấy sự kiện C: "Có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt sấp" có thể xảy ra hoặc không xảy ra trong mỗi lần gieo hai đồng xu.

- Nếu cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt sấp hoặc 1 đồng xu xuất hiện mặt sấp, 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa thì sự kiện C xảy ra.
- Nếu cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa thì sự kiện C không xảy ra.

Ta không thể biết được sự kiện C có xảy ra hay không trước khi thực hiện phép thử.

Ta gọi sự kiện C là một *biến cố ngẫu nhiên*, sự kiện A là *biến cố chắc chắn* và sự kiện B là *biến cố không thể*.

Các sự kiện, hiện tượng xảy ra trong tự nhiên hay trong một phép thử nghiệm được gọi là một biến cố.

– Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra.

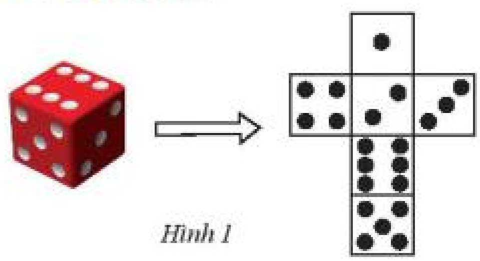
– Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra.

– Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước là nó có xảy ra hay không.

2. BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI

Ví dụ 1: Gieo một con xúc xắc và thấy xuất hiện 6 chấm ở mặt trên cùng. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?

A: "Gieo được mặt có số chấm nhỏ hơn 3";



Hình 1

B: "Gieo được mặt có số chấm là ước của 6";

C: "Mặt bị úp xuống có số chấm bằng 1".

Giải

– Vì 6 > 3 nên biến cố A không xảy ra.

– Vì 6 là ước của chính nó nên biến cố B xảy ra.

– Tổng số chấm trên hai mặt đối diện của con xúc xắc luôn bằng 7 nên nếu mặt xuất hiện có 6 chấm thì mặt bị úp xuống có 1 chấm. Vậy biến cố C xảy ra.

Ví dụ 2: Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?

- A: "Gieo được mặt có ít nhất 1 chấm";
- B: "Gieo được mặt có số chấm là bội của 7";
- C: "Gieo được mặt có số chấm là ước của 7".

Giải

- Do tất cả các mặt của con xúc xắc đều có ít nhất 1 chấm nên A là biến cố chắc chắn.
- Do số chấm trên mỗi mặt của con xúc xắc đều không chia hết cho 7 nên B là biến cố không thể.
- Biến cố C là ngẫu nhiên vì ta không biết trước được nó có xảy ra hay không. Chẳng hạn, nếu gieo được mặt 1 chấm thì C xảy ra. Ngược lại, nếu gieo được mặt 2 chấm thì C không xảy ra.

Thực hành 1: Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp và quan sát số chấm xuất hiện trong mỗi lần gieo. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?

A: "Tích số chấm xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn 1";

B: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn 1";

C: "Tích số chấm xuất hiện trong hai lần gieo là 7";

D: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo là 7".

Ví dụ 3: Trong hộp có 6 thanh gỗ được gắn số từ 0 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai thanh gỗ từ hộp trên. Hỏi trong các biến cố sau, biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên? Tại sao?

A: "Lấy được hai thanh gỗ gắn số lẻ";

B: "Tổng các số gắn trên hai thanh gỗ bằng 7";

C: "Tích các số gắn trên hai thanh gỗ bằng 7";

D: "Tổng các số gắn trên hai thanh gỗ nhỏ hơn 10".

Hình 2

Giải

- A là biến cố ngẫu nhiên vì ta không biết trước được nó có xảy ra hay không. Chẳng hạn, nếu lấy được hai thanh gắn số 1 và 3 thì A xảy ra; còn nếu lấy được hai thanh gắn số 2 và 4 thì A không xảy ra.

• B là biến cố ngẫu nhiên vì ta không biết trước được nó có xảy ra hay không. Chẳng hạn, nếu lấy được hai thanh gắn số 2 và 5 thì B xảy ra; còn nếu lấy được hai thanh gắn số 0 và 1 thì B không xảy ra.

• C là biến cố không thể vì nếu tích hai số bằng 7 thì phải có một số bằng 7 mà không có thẻ nào gắn số 7.

• D là biến cố chắc chắn vì tổng các số ghi trên hai thanh gỗ lớn nhất là $4 + 5 = 9 < 10$.

Thực hành 2: Trong một ống cắm bút có 1 bút xanh, 1 bút đỏ và 1 bút tím. Lần lượt lấy ra 2 bút từ ống.

a) Nêu tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với màu của các bút được lấy ra.

b) Gọi A là biến cố "Lấy được bút đỏ ở lần lấy thứ nhất". Hãy nêu tập hợp tất cả các kết quả làm cho biến cố A xảy ra.

c) Hãy nêu một biến cố chắc chắn và một biến cố không thể đối với phép thử trên.

Hình 3

Vận dụng 1: Một cửa hàng thống kê lại số máy vi tính họ bán được từ ngày thứ Hai đến Chủ nhật trong một tuần. Kết quả được trình bày ở biểu đồ sau.

Chọn ngẫu nhiên 1 ngày trong tuần đó để xem kết quả bán hàng. Trong các biến cố sau, biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên?

A: "Cửa hàng bán được 10 máy vi tính trong ngày được chọn";

B: "Cửa hàng bán được ít hơn 7 máy vi tính trong ngày được chọn";

C: "Cửa hàng bán được không quá 14 máy vi tính trong ngày được chọn".

Vận dụng 2: Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

a) Đến năm 2050, con người tìm được sự sống bên ngoài Trái Đất.

b) Ở Mũi Điện, ngày mai Mặt Trời sẽ mọc ở hướng Đông.

c) Gặp một giáo viên trong trường em sinh năm 1900.

d) Gieo một đồng xu cân đối 100 lần đều ra mặt sấp.

BÀI TẬP

1. Tung một đồng xu hai lần. Hỏi trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra? Biết rằng hai lần tung đều xuất hiện mặt sấp.

A: "Lần tung thứ hai xuất hiện mặt sấp";

B: "Xuất hiện hai mặt giống nhau trong hai lần tung";

C: "Có ít nhất 1 lần tung xuất hiện mặt ngửa".

2. Bạn Minh quay mũi tên ở vòng quay trong hình bên và quan sát xem khi dừng lại thì nó chỉ vào ô nào.

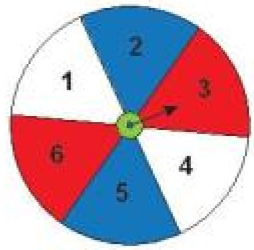
Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: "Kim chỉ vào ô ghi số không nhỏ hơn 1";

B: "Kim chỉ vào ô có màu trắng";

C: "Kim chỉ vào ô có màu tím";

D: "Kim chỉ vào ô ghi số lớn hơn 6".



Hình 4

3. Một hộp có 3 chiếc bút mực và 1 chiếc bút chì. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 bút từ hộp. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: "Lấy được 2 chiếc bút mực";

B: "Lấy được 2 chiếc bút chì";

C: "Có ít nhất 1 chiếc bút mực trong hai bút lấy ra";

D: "Có ít nhất 1 chiếc bút chì trong hai bút lấy ra".

4. Một hộp có 1 quả bóng màu xanh, 1 quả bóng màu đỏ và 1 quả bóng màu vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu, trả lại hộp rồi lại lấy ra ngẫu nhiên 1 quả nữa. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

A: "Quả bóng lấy ra lần thứ hai có màu đỏ";

B: "Quả bóng lấy ra lần thứ hai giống màu quả bóng đã lấy lần đầu";

C: "Quả bóng lấy ra lần đầu tiên có màu hồng";

D: "Có ít nhất 1 lần lấy được quả bóng màu xanh".

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Xác định được một biến cố xảy ra hay không xảy ra sau khi biết kết quả của phép thử.

– Xác định được biến cố chắc chắn, biến cố không thể và biến cố ngẫu nhiên.

Bài 2 LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN

An và Bình chơi trò tung một đồng xu cân đối. Nếu An tung được mặt sấp thì An thắng, còn nếu tung được mặt ngửa thì Bình thắng.
Theo em bạn nào có khả năng giành phần thắng cao hơn?

Mặt sấp

Mặt ngửa

1. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

1 Một hộp có 5 chiếc thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ hộp. Hãy so sánh khả năng của các biến cố sau:

A: "Thẻ lấy ra được ghi số lẻ";

B: "Thẻ lấy ra được ghi số chẵn";

C: "Thẻ lấy ra được ghi số 2".

Ta thấy:

– Nếu thẻ lấy ra được ghi số 2 thì biến cố B và biến cố C đều xảy ra.

– Nếu thẻ lấy ra được ghi số 4 thì biến cố B xảy ra nhưng biến cố C không xảy ra.

Do đó biến cố B có khả năng xảy ra cao hơn biến cố C.

Do trong hộp có 3 thẻ ghi số lẻ và 2 thẻ ghi số chẵn nên khả năng lấy được thẻ ghi số lẻ là cao hơn khả năng lấy được thẻ ghi số chẵn.

Do đó biến cố A có khả năng xảy ra cao hơn biến cố B.

Để đánh giá khả năng xảy ra của mỗi biến cố, ta dùng một con số có giá trị từ 0 đến 1, gọi là *xác suất của biến cố*. Biến cố có khả năng xảy ra cao hơn sẽ có xác suất lớn hơn.

– Biến cố không thể có xác suất bằng 0.

– Biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1.

Xác suất của biến cố A được kí hiệu là P(A).

Ví dụ 1: Một hộp có chứa 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 4 quả bóng trắng có kích thước và khối lượng bằng nhau. Chọn ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

a) Hãy so sánh xác suất của các biến cố sau:

A: "Quả bóng lấy ra có màu xanh";

B: "Quả bóng lấy ra có màu đỏ";

C: "Quả bóng lấy ra có màu trắng".

b) Hãy xác định xác suất của các biến cố:

M: "Quả bóng lấy ra có màu tím";

N: "Quả bóng lấy ra không có màu tím".

Giải

a) Do các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên mỗi quả bóng đều có cùng khả năng được chọn.

Số quả bóng xanh và số quả bóng đỏ là như nhau nên khả năng lấy được hai loại bóng này là bằng nhau, vì vậy

$$P(A) = P(B).$$

Số quả bóng trắng nhiều hơn số quả bóng xanh nên khả năng lấy được quả bóng trắng cao hơn khả năng lấy được quả bóng xanh, vì vậy

$$P(A) < P(C).$$

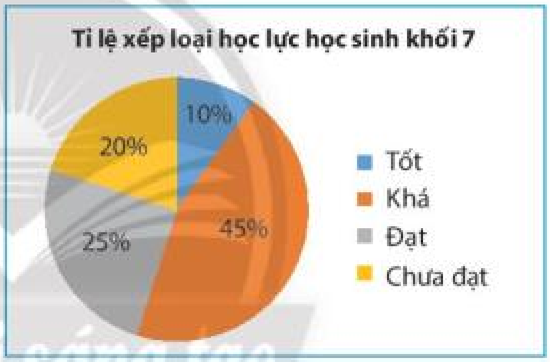
b) M là biến cố không thể nên $P(M) = 0$.

N là biến cố chắc chắn nên $P(N) = 1$.

Thực hành 1: Kết quả xếp loại học tập cuối học kì 1 của học sinh khối 7 được cho ở biểu đồ bên. Gặp ngẫu nhiên một học sinh khối 7.

a) Xác suất học sinh đó được xếp loại học lực nào là cao nhất?

b) Xác suất học sinh đó được xếp loại học lực nào là thấp nhất?



2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI GIEO XÚC XẮC

Gieo một con xúc xắc cân đối. Hãy so sánh xác suất của các biến cố sau:

A: "Mặt xuất hiện có 2 chấm";

B: "Mặt xuất hiện có 3 chấm".

Khi gieo một con xúc xắc cân đối thì 6 mặt của nó có khả năng xuất hiện bằng nhau. Ta nói xác suất xuất hiện của mỗi mặt đều bằng $\frac{1}{6}$.

Ví dụ 2: Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối.

a) Gọi A là biến cố "Gieo được mặt 1 chấm". Hãy tính xác suất của biến cố A.

b) Gọi B là biến cố "Gieo được mặt có nhiều hơn 6 chấm". Hãy tính xác suất của biến cố B.

Giải

a) Do 6 kết quả đều có khả năng xảy ra bằng nhau nên $P(A) = \frac{1}{6}$.

b) Biến cố B là biến cố không thể nên $P(B) = 0$.

Thực hành 2: Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Gieo được mặt có số chấm lớn hơn 5";

b) B: "Gieo được mặt có số chấm nhỏ hơn 7".

3. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG TRÒ CHƠI LẤY VẬT TỪ HỘP

Một bình có 4 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau, trong đó có 1 quả màu xanh, 1 quả màu vàng, 1 quả màu đỏ và 1 quả màu trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ bình. Hãy liệt kê các kết quả có thể xảy ra.

Trong hoạt động trên có hai điểm cần lưu ý là

– Có đúng 4 kết quả xảy ra.

– Do 4 quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau nên mỗi kết quả đều có khả năng xảy ra bằng nhau.

Khi tất cả các kết quả của một trò chơi hay phép thử nghiệm ngẫu nhiên đều có khả năng xảy ra bằng nhau thì xác suất xảy ra của mỗi kết quả đều là $\frac{1}{n}$, trong đó n là số các kết quả.

Ví dụ 3: Trong hoạt động 3:

a) Gọi A là biến cố "Lấy được quả bóng màu xanh". Tính xác suất của biến cố A.

b) Gọi B là biến cố "Quả bóng lấy ra không có màu tím". Tính xác suất của biến cố B.

Giải

a) Do 4 kết quả đều có khả năng xảy ra như nhau nên xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Tất cả các quả bóng lấy ra đều không có màu tím nên B là biến cố chắc chắn. Do đó xác suất của biến cố B là 1.

Thực hành 3: Tính xác suất giành phần thắng của bạn An và của bạn Bình trong trò chơi ở (trang 90).

Thực hành 4: Một hộp có 10 lá thăm có kích thước giống nhau và được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên 1 lá thăm từ hộp.

a) Hãy nêu các điểm cần lưu ý khi tính xác suất liên quan đến hoạt động trên.

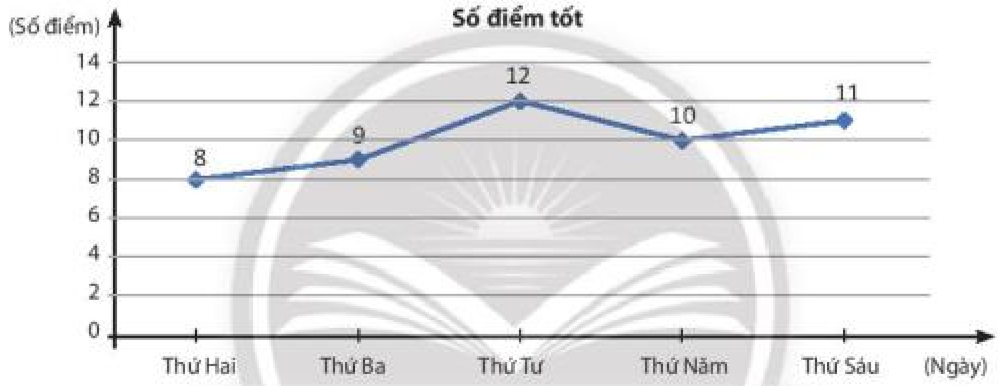
b) Gọi A là biến cố "Lấy được lá thăm ghi số 9". Hãy tính xác suất của biến cố A.

c) Gọi B là biến cố "Lấy được lá thăm ghi số nhỏ hơn 11". Hãy tính xác suất của biến cố B.

Vận dụng: Số điểm tốt các bạn học sinh lớp 7B đạt được trong một tuần được cho ở biểu đồ đoạn thẳng sau. Chọn ngẫu nhiên một ngày trong tuần. Biết rằng khả năng cả 5 ngày được chọn đều như nhau. Tính xác suất của biến cố:

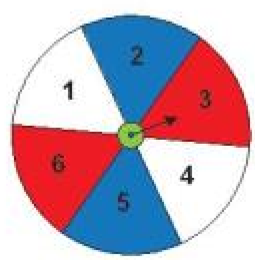
a) "Vào ngày được chọn các học sinh lớp 7B đạt 10 điểm tốt".

b) "Vào ngày được chọn các học sinh lớp 7B đạt ít nhất 8 điểm tốt".



BÀI TẬP

1. Một tấm bìa hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau như Hình 1. Bạn Minh đặt tấm bìa nằm thẳng trên bàn, quay mũi tên ở tâm và quan sát xem khi dừng lại thì mũi tên chỉ vào ô nào.
Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:
A: "Mũi tên chỉ vào ô có màu đỏ";
B: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số 3";
C: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 2".



Hình 1

2. Một hộp có chứa 100 chiếc thẻ cùng loại, trong đó chỉ có 1 thẻ được đánh dấu là *Thẻ may mắn*. Bình lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ và Minh lấy ra ngẫu nhiên 10 thẻ từ hộp. Xác suất bạn nào lấy được *Thẻ may mắn* cao hơn?

3. Gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:
a) A: "Gieo được mặt có số chấm bằng 4".
b) B: "Gieo được mặt có số chấm chia hết cho 5".
c) C: "Gieo được mặt có số chấm là số tròn chục".

4. Đội múa có 1 bạn nam và 5 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn để phỏng vấn. Biết mỗi bạn đều có cùng khả năng được chọn. Hãy tính xác suất của biến cố bạn được chọn là nam.

5. Lượng điện tiêu thụ mỗi ngày trong 5 ngày đầu tháng 9/2021 của một hộ gia đình được cho ở biểu đồ sau. Chọn ngẫu nhiên 1 ngày trong 5 ngày đó. Hãy tính xác suất của biến cố "Hộ gia đình sử dụng 10 kWh điện trong ngày được chọn".

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– So sánh được xác suất của các biến cố trong một số trường hợp đơn giản.

– Tính được xác suất của một số biến cố ngẫu nhiên trong một số ví dụ đơn giản.

Bài 3 HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

NHẢY THEO XÚC XẮC

MỤC TIÊU

– Làm quen với các khái niệm mở đầu về biến cố ngẫu nhiên trong một trò chơi đơn giản.

– Nhận biết được xác suất của một biến cố ngẫu nhiên trong một trò chơi đơn giản.

CHUẨN BỊ

– Hai con xúc xắc, 15 lá cờ và 1 cái giỏ đựng cờ.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

– Kẻ ô trên mặt đất như trong hình vẽ ở trên.

– Đặt 15 lá cờ vào giỏ ở ô trung tâm.

– Chia lớp thành 2 đội, tung một đồng xu để quyết định xem đội nào là đội Sóc và đội nào là đội Chuột túi, mỗi đội có 15 người.

– Thực hiện 15 lượt chơi như sau: Ở mỗi lượt chơi, mỗi đội sẽ cử ra một người đứng ở ô số 1. Chủ trò gieo hai con xúc xắc.

• Nếu tổng số chấm xuất hiện lớn hơn 7, người chơi đội Chuột túi được nhảy lò cò lên phía trước 1 ô.

• Nếu tổng số chấm xuất hiện nhỏ hơn hoặc bằng 7, người chơi đội Sóc sẽ nhảy lò cò lên phía trước 1 ô.

Chủ trò tiếp tục gieo xúc xắc cho đến khi có một đội đến được ô trung tâm để lấy cờ.

– Sau 15 lượt chơi, mỗi đội công bố số cờ mình nhận được.

– Cả lớp tìm cách trả lời hai câu hỏi:

1) Đội nào sẽ có cơ hội đạt được nhiều cờ hơn trong trò chơi này?

2) Giải thích lí do tại sao lại có sự lựa chọn đó.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	2	3	4	5	6	7
⚁	3	4	5	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	8	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

1. Trên giá sách có 3 quyển truyện tranh và 1 quyển sách giáo khoa. An chọn ngẫu nhiên 2 quyển từ giá sách. Trong các biến cố sau, hãy chỉ ra biến cố nào là chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên. Tại sao?

A: "An chọn được 2 quyển truyện tranh";

B: "An chọn được ít nhất 1 quyển truyện tranh";

C: "An chọn được 2 quyển sách giáo khoa".

2. Gieo hai con xúc xắc cân đối. Hãy so sánh xác suất xảy ra của các biến cố sau:

A: "Tổng số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc là số chẵn";

B: "Số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc đều bằng 6";

C: "Số chấm xuất hiện ở mặt trên hai con xúc xắc bằng nhau".

3. Một hộp có 4 cái thẻ có kích thước giống nhau và được đánh số lần lượt là 2, 4, 6, 8. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Hãy tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Lấy được thẻ ghi số là số nguyên tố";

B: "Lấy được thẻ ghi số là số lẻ";

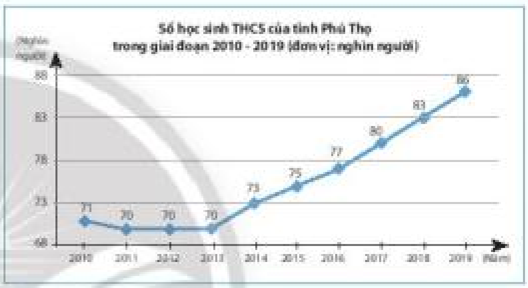
C: "Lấy được thẻ ghi số chẵn".

4. Một hộp kín chứa 5 quả cầu có kích thước và khối lượng bằng nhau, trong đó có 1 quả màu xanh và 4 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Hãy tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Quả cầu lấy ra có màu vàng";

B: "Quả cầu lấy ra có màu xanh".

5. Biểu đồ dưới đây thống kê số học sinh Trung học cơ sở của tỉnh Phú Thọ trong giai đoạn từ năm 2010 đến năm 2019.



(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

Chọn ngẫu nhiên một năm trong giai đoạn đó. Biết khả năng chọn mỗi năm là như nhau.

a) Nêu tập hợp các kết quả có thể xảy ra với năm được chọn.

b) Gọi B là biến cố "Tỉnh Phú Thọ có trên 85 000 học sinh Trung học cơ sở trong năm được chọn". Hãy tính xác suất của biến cố B.

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Bậc của đa thức một biến

Đa thức $P = 7x^2 + 4x - 1$ có bậc bằng 2.

Bất đẳng thức tam giác

Trong tam giác ABC ta có bất đẳng thức: $AC - BC < AB < AC + BC$.

Biến cố chắc chắn

Là biến cố luôn xảy ra.

Biến cố không thể

Là biến cố không bao giờ xảy ra.

Biểu diễn đa thức một biến

$P = 4x^3 + 3x^2 + 4x - 1$ là đa thức một biến được biểu diễn theo bậc giảm dần.

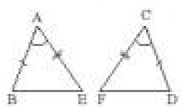
Biểu thức đại số

$3x + 5y + 1$ là một biểu thức đại số.

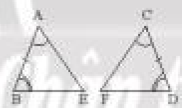
Biểu thức số

$4 + 5 - 2^3$ là một biểu thức số.

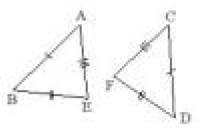
Các trường hợp bằng nhau của tam giác



c. g. c



g. c. g



c. c. c

Đa thức một biến

$P = 2x^2 + 5x - 2$ là đa thức một biến.

Điểm cách đều ba cạnh của tam giác

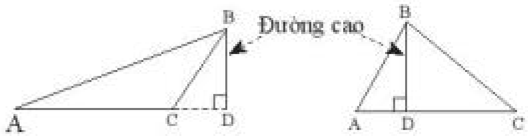
Điểm đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác.

Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác

Điểm đồng quy của ba đường trung trực.

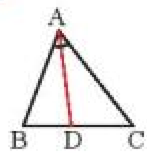
Đường cao của tam giác

Đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện.



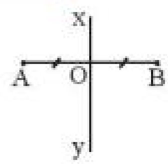
Đường phân giác của tam giác

Là đường phân giác của một góc trong tam giác.



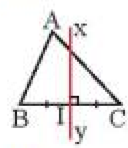
Đường trung trực của đoạn thẳng

Là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của đoạn thẳng đó.



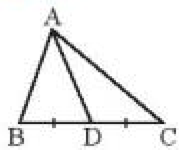
Đường trung trực của tam giác

Là đường trung trực của một cạnh của tam giác.



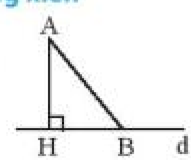
Đường trung tuyến của tam giác

Là đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tam giác đến trung điểm của cạnh đối diện.



Đường vuông góc và đường xiên

AH là đường vuông góc; AB là đường xiên.



Giá trị của biểu thức đại số

$A = 2x + 3y - 1$ có giá trị bằng 7 khi $x = 1$ và $y = 2$.

Giá trị của đa thức một biến

$P = 3x^2 + x - 1$ có giá trị bằng 3 khi $x = 1$.

Nghiệm của đa thức một biến

$x = a$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ khi $P(a) = 0$.

Phép chia hết đa thức một biến

Đa thức P chia hết cho đa thức Q khi có đa thức M thoả mãn $P = M\,.\,Q$.

Phép cộng đa thức một biến

$P = 2x + 3$, $Q = 3x - 1$ thì $P + Q = 5x + 2$.

Phép nhân đa thức một biến

$P = 2x + 1$, $Q = 2x - 2$ thì

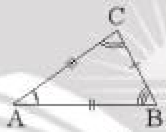
$P\,.\,Q = 4x^2 - 2x - 2$.

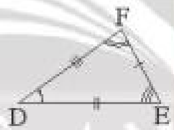
Phép trừ đa thức một biến

$P = 6x + 1$, $Q = 2x - 2$ thì $P - Q = 4x + 3$.

Tam giác bằng nhau

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.





Tam giác cân

Tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Tỉ lệ nghịch

y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a nếu $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là một hằng số khác 0).

Tỉ lệ thuận

y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k nếu $y = kx$ (k là một hằng số khác 0).

Tỉ lệ thức

Là đẳng thức của hai tỉ số: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Tổng ba góc của một tam giác

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180°.

Trọng tâm của tam giác

Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến.

Trực tâm của tam giác

Điểm đồng quy của ba đường cao.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

	Thuật ngữ	Trang
B	Bậc của đa thức một biến	30
	Bất đẳng thức tam giác	45
	Biến cố chắc chắn	86
	Biến cố không thể	86
	Biến cố ngẫu nhiên	86
	Biểu diễn đa thức một biến	30
	Biểu thức đại số	25
	Biểu thức số	25
C	Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác	49
D	Dãy tỉ số bằng nhau	7
Đ	Đa thức một biến	29
	Điểm cách đều ba cạnh của tam giác	80
	Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác	71
	Đơn thức một biến	29
	Đường cao của tam giác	77
	Đường phân giác của tam giác	79
	Đường trung trực của đoạn thẳng	67
	Đường trung trực của tam giác	71
	Đường trung tuyến của tam giác	73
	Đường vuông góc và đường xiên	65

	Thuật ngữ	Trang
G	Giá trị của biểu thức đại số	27
	Giá trị của đa thức một biến	30
N	Nghiệm của đa thức một biến	31
P	Phép chia đa thức một biến có dư	39
	Phép chia hết đa thức một biến	38
	Phép cộng đa thức một biến	33
	Phép nhân đa thức một biến	37
	Phép trừ đa thức một biến	34
T	Tam giác bằng nhau	48
	Tam giác cân	59
	Tỉ lệ nghịch	16
	Tỉ lệ thuận	11
	Tỉ lệ thức	6
	Tổng số đo ba góc của một tam giác	44
	Trọng tâm của tam giác	74
	Trực tâm của tam giác	78
X	Xác suất của biến cố ngẫu nhiên	90

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Biên tập mĩ thuật: THÁI HỮU DƯƠNG
Thiết kế sách: BÙI THỊ NGỌC LAN
Trình bày bìa: THÁI HỮU DƯƠNG
Minh hoạ: NGUYỄN MẠNH HÙNG
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XBGD GIA ĐỊNH

TOÁN 7 – TẬP HAI (Chân trời sáng tạo)

Mã số: ......
In………bản, (QĐ in số….) Khổ 19 × 26,5 cm.
Đơn vị in:……………………..
Cơ sở in:………………………
Số ĐKXB: ....
Số QĐXB:......... ngày …. tháng…. năm 20 ...
In xong và nộp lưu chiểu tháng ….năm 20….
Mã số ISBN: ....

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 7, TẬP MỘT
2. NGỮ VĂN 7, TẬP HAI
3. TOÁN 7, TẬP MỘT
4. TOÁN 7, TẬP HAI
5. TIẾNG ANH 7
   Friends Plus - Student Book
6. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 7
7. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 7
8. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 7
9. CÔNG NGHỆ 7
10. TIN HỌC 7
11. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 7
12. ÂM NHẠC 7
13. MĨ THUẬT 7 (BẢN 1)
14. MĨ THUẬT 7 (BẢN 2)
15. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 7 (BẢN 1)
16. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 7 (BẢN 2)

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.